

TD 1 & 2

Propagation d'un signal et ondes progressives

Polarisation en optique ondulatoire

Exercice 1.1 – Caractérisation d'une onde

Considérons une vibration monochromatique qui a pour expression réelle : $V(t) = -5 \cdot \cos(6\pi \cdot t - \pi/4)$

1. Trouver toutes les caractéristiques de cette onde : amplitude, fréquence, période, retard de phase.
2. Ecrire l'expression complexe $\underline{V}(t)$ associée ainsi que la relation qui la lie à sa dérivée temporelle $d\underline{V}/dt$.

Exercice 1.2 – Plan d'ondes

Soit la fonction d'onde : $\underline{\psi}(\vec{r}, t) = A \cdot \exp i \cdot (\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega \cdot t + \Phi_0)$

1. Définir les paramètres et variables utilisés. Séparer dans cette fonction les variables d'espace et de temps.
2. Exprimer cette fonction à l'aide des paramètres et variables suivantes :
 - Longueur d'onde dans le vide λ_0
 - Coordonnées (x, y, z) d'un point M définies par rapport à un repère \mathfrak{R}
 - Coordonnées (α, β, γ) du vecteur unitaire \vec{u} de la direction de propagation de cette onde dans \mathfrak{R}
 - Indice n du milieu dans lequel se propage l'onde
 - Fréquence F de cette onde
 - Phase à l'origine Φ_0
3. Donner l'équation d'une surface d'onde. En déduire que c'est une onde plane.
4. On suppose que le plan $z = z_1 = Cte$ est une surface d'onde. En déduire les coordonnées du vecteur \vec{u} . Exprimer la phase et la fonction d'onde $\underline{\psi}$ dans le plan $z = z_1 = Cte$. Même question dans le plan $z = z_2 = Cte$. En déduire la différence de phase entre les deux plans en fonction de λ_0 , de n et de $d = z_2 - z_1$.
5. En un point M fixe de l'espace défini par ses coordonnées (x, y, z) , cette onde provoque une vibration réelle. Exprimer la fonction réelle qui représente cette vibration.

Exercice 1.3 – Ordres de grandeur

1. Lors d'un orage, il s'écoule 7,8 secondes entre la vision d'un éclair et la perception du tonnerre. A quelle distance la foudre est-elle tombée ?
2. Calculer les longueurs d'onde dans le vide qui correspondent à...
 - Un signal vocal à 1 kHz
 - Un canal de la télévision à 500 MHz
 - Une liaison par satellite à 6 GHz
 - Un signal lumineux visible bleu à 638 THz
3. Une onde, dont la longueur d'onde est 0,30 m, se propage sur un câble d'une longueur de 300 m et d'une masse totale de 30 kg. Si la tension dans le câble est de 400 N, quelle est la vitesse et la fréquence de l'onde ?

Exercice 2.1 – Détermination des états de polarisation

Soit une onde plane monochromatique de pulsation ω se propageant dans le vide suivant l'axe z . Pour chaque cas énoncés ci-après, indiquez le type de polarisation dont il s'agit.

- | | | | |
|-------|---|-------|---|
| Cas 1 | $E_x(z, t) = E_0 \cdot \cos \theta \cdot \cos(\omega \cdot t - k \cdot z)$ $E_y(z, t) = E_0 \cdot \sin \theta \cdot \cos(\omega \cdot t - k \cdot z)$ | Cas 2 | $E_x(z, t) = E_0 / 2 \cdot \cos(\omega \cdot t - k \cdot z)$ $E_y(z, t) = E_0 \cdot \cos(\omega \cdot t - k \cdot z + \pi)$ |
| Cas 3 | $E_x(z, t) = E_0 \cdot \cos(\omega \cdot t - k \cdot z - \pi/2)$ $E_y(z, t) = E_0 \cdot \cos(\omega \cdot t - k \cdot z)$ | Cas 4 | $E_x(z, t) = E_0 \cdot \cos(\omega \cdot t - k \cdot z)$ $E_y(z, t) = E_0 \cdot \cos(\omega \cdot t - k \cdot z + 2\pi/3)$ |
| Cas 5 | $E_x(z, t) = E_0 \cdot \cos(\omega \cdot t - k \cdot z)$ $E_y(z, t) = E_0 \cdot \cos(\omega \cdot t - k \cdot z + 3\pi/2)$ | | |

Exercice 2.2 – Expression du champ

La propagation d'une onde électromagnétique se fait suivant l'axe z . On appelle A l'amplitude de l'onde sinusoïdale qui se propage. On se place à grande distance de la source et on suppose que l'amplitude n'est pas affaiblie. Ecrire l'expression du champ électrique de l'onde électromagnétique de fréquence $F = 1$ GHz polarisée verticalement et se propageant dans le sens positif de l'axe z . On utilisera le repère (Oxyz) direct.

Exercice 2.3 – Détermination des états de polarisation

Soient deux ondes planes progressives monochromatiques se propageant suivant l'axe z . Leurs champs électriques sont définis ci-après. Comment sont polarisées ces deux ondes ?

$$\vec{E}_1 = \begin{pmatrix} E_{x_1} \\ E_{y_1} \\ E_{z_1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_{x_0} \cdot \cos(\omega \cdot t - k \cdot z) \\ E_{y_0} \cdot \cos(\omega \cdot t - k \cdot z) \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \vec{E}_2 = \begin{pmatrix} E_{x_2} \\ E_{y_2} \\ E_{z_2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E'_{x_0} \cdot \cos(\omega \cdot t - k \cdot z) \\ -E'_{y_0} \cdot \cos(\omega \cdot t - k \cdot z) \\ 0 \end{pmatrix}$$

Exercice 2.4 – Détermination des états de polarisation

Soient deux ondes polarisées circulairement dont les champs électriques sont définis ci-après. Les comparer pour déterminer laquelle est circulaire droite et laquelle est circulaire gauche.

$$\vec{E}_1 = \begin{pmatrix} E_{x_1} \\ E_{y_1} \\ E_{z_1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_0 \cdot \cos(\omega \cdot t - k \cdot z) \\ E_0 \cdot \sin(\omega \cdot t - k \cdot z) \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \vec{E}_2 = \begin{pmatrix} E_{x_2} \\ E_{y_2} \\ E_{z_2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_0 \cdot \sin(\omega \cdot t - k \cdot z) \\ E_0 \cdot \cos(\omega \cdot t - k \cdot z) \\ 0 \end{pmatrix}$$

Exercice 2.5 – Détermination des états de polarisation

Décrivez l'onde électromagnétique définie par le champ électrique suivant :

$$\vec{E}_1 = \begin{pmatrix} E_0 \cdot \cos(\omega \cdot t - k \cdot z) \\ E_0 \cdot \cos(\omega \cdot t - k \cdot z + \pi/4) \\ 0 \end{pmatrix}$$

Exercice 2.6 – Polarisation rotatoire

Un milieu (M) se caractérise par des vitesses de phase différentes c_G et c_D associées à la propagation d'ondes planes progressives monochromatiques (ω) polarisées circulairement gauche ou droite. Si c est la vitesse de la lumière dans le vide alors, on pourra noter :

$$c_G = \frac{c}{n_G(\omega)} \quad \text{et} \quad c_D = \frac{c}{n_D(\omega)}$$

On envoie, en incidence normale, sur un tel milieu une OPPM(ω) polarisée rectilignement. Comment ressort-elle après avoir parcourue une distance L dans (M) ? On ne se préoccupera pas des problèmes associés aux interfaces vide – milieu (M).

Exercice 2.7 – Intensité transmise par des polaroïds

Deux polaroïds filtrent de la lumière non polarisée. L'axe de l'un d'eux est vertical. Celui de l'autre fait un angle de 60° avec la verticale. A quelles valeurs correspondent l'orientation et l'intensité de la lumière transmise ?

Rappel : $I = I_0 \cdot \cos^2 \theta$

Exercice 2.8 – Angle de Brewster

1. A quel angle d'incidence la lumière réfléchiée par un lac est-elle totalement polarisée ?
2. Quel est l'angle de réfraction ?