



AERO2 - 2019

P H Y S I Q U E D E S O N D E S

A large, abstract graphic of blue, wavy, translucent lines resembling a liquid surface or a wave pattern, filling the central portion of the page. The waves are more pronounced in the center and fade towards the edges.

OPTIQUE ONDULATOIRE

RIVIERE Nicolas

ONERA, The French Aerospace Lab
Optronics Department, 2 av E. Belin, 31055 Toulouse, France
nicolas.riviere@onera.fr

Table des matières

Introduction générale	7
I. Propagation d'un signal	11
1 Mise en évidence des phénomènes ondulatoires.....	11
2 Premières définitions sur la propagation d'un signal	14
3 Traduction mathématique et graphique de la propagation d'un signal	14
4 Généralisation à l'équation de propagation d'une onde	17
II. Onde progressive périodique	19
1 Onde progressive le long d'une corde.....	19
2 Onde progressive à la surface de l'eau	21
3 Formulation mathématique pour une onde plane sinusoïdale	23
4 Généralisation, cas d'une onde monochromatique plane	25
5 Généralisation, cas des ondes sphériques.....	27
6 Généralisation, cas des ondes stationnaires	28
III. Ondes électromagnétiques	31
1 Introduction aux ondes électromagnétiques	31
2 Surface d'onde.....	32
3 Approximation de l'onde plane	32
4 Vitesse de propagation, longueur d'onde et impédance caractéristique.....	34
5 Puissance transportée	35
IV. Polarisation des ondes électromagnétiques	39
1 Notion de polarisation.....	39
2 Polarisation elliptique.....	40
3 Polarisation circulaire	42
4 Polarisation rectiligne ou linéaire.....	44
V. Exemples de polarisation des ondes lumineuses	47
1 Polarisation par absorption, application aux filtres dichroïques	47
2 Polarisation par réflexion sur une surface plane.....	48
3 Quelques applications des propriétés de polarisation.....	50
VI. Diffraction	53
1 Généralités sur la diffraction.....	53
2 Principe d'Huygens-Fresnel	54
3 Approximation de Fresnel	55
4 Approximation de Fraunhofer	57

5	Observation pratique de la diffraction de Fraunhofer	59
6	Diffraction par une ouverture rectangulaire.....	60
7	Diffraction par une fente	63
8	Translation de l'ouverture dans son plan	64
9	Diffraction par un réseau de fentes	66
	VII. Interférence et cohérence	73
1	Introduction aux interférences	73
2	Conditions d'interférences	76
3	Variations d'éclairement, figure d'interférence et interfrange	80
4	Division du front d'onde, trous d'Young	83
5	Division du front d'onde, fentes d'Young	87
6	Division du front d'onde, miroirs de Fresnel.....	88
7	Division d'amplitude, lames à faces parallèles	92
8	Division d'amplitude, lame à épaisseur légèrement variable	96
9	Division d'amplitude, interféromètre de Michelson	99
10	Comparaison entre les systèmes de division du front d'onde et de division d'amplitude	102
	VIII. Fiches de rappels	103
1	Les ellipses.....	103
2	Formules trigonométriques.....	104
3	Chemin optique et déphasage.....	106
4	Modèle de train d'onde	107

Physique des ondes et optique ondulatoire

L'IPSA forme en 5 ans des ingénieurs spécialistes en ingénierie des systèmes aéronautiques et spatiaux. L'objectif de la formation est de garantir l'acquisition des connaissances indispensables à l'expertise de haut niveau et de valider les connaissances nécessaires à l'exercice de responsabilités diversifiées telles qu'elles se dessinent au cours d'une carrière. Basé sur un équilibre entre enseignements et réalisations de projets (liés à des problématiques industrielles), le cursus de l'IPSA intègre une forte dimension aéronautique et spatiale dès le début de la formation, évoluant au fil des ans.

L'**optique physique** ou **optique ondulatoire** est la discipline qui étudie la lumière en la considérant comme étant une onde électromagnétique. L'optique ondulatoire s'attache plus particulièrement aux phénomènes affectant les ondes, comme les interférences et la diffraction. La lumière pour aller d'un point à un autre se propage avec une vitesse déterminée. La lumière en un point donné sera l'addition cohérente ou incohérente du champ électromagnétique en ce point à l'instant t . Ce champ est ondulatoire : cela signifie que la lumière est une onde se propageant avec une certaine vitesse. De nombreux effets, différents de l'optique géométrique, sont identifiés. Par exemple, on assiste à des phénomènes d'interférence et de diffraction. Ils se produisent lorsque les sources sont cohérentes entre elles : la façon la plus simple pour les observer est d'utiliser une seule source, de la séparer en deux faisceaux, et de les ramener au même endroit...

Introduction générale

La théorie ondulatoire est à la base de l'interprétation du transfert de l'information, sans transfert de matière, depuis la source jusqu'au récepteur. On distingue deux types principaux d'ondes : les ondes mécaniques et les ondes électromagnétiques. A ces deux types, la physique moderne a ajouté les ondes de matière associées aux particules en mouvement. Les théories de la relativité et de la physique quantique sont basées sur ces derniers concepts.

Un peu d'histoire...

Dans cette introduction générale au module d'optique ondulatoire, nous procédons à un rapide rappel historique sur la mise en évidence du caractère ondulatoire de la lumière. C'est l'anglais **Robert Hooke** (1635-1703), contemporain et grand rival d'Isaac Newton, qui étudie en premier les couleurs produites par des couches de matière très minces, telles que les parois d'une bulle de savon ou de deux lames de verre mince pressées l'une contre l'autre. Il tente de les expliquer en postulant une nature ondulatoire de la lumière.

Parallèlement aux travaux menés par Hooke, le père jésuite italien **Francesco Maria Grimaldi** (1618-1663) découvre un nouveau mode de propagation de la lumière, qu'il nomme « diffraction ». En envoyant un filet lumineux sur un minuscule objet ou à travers un trou étroit, il observe que l'ombre projetée n'est pas nette, comme le laisserait supposer une propagation rectiligne de la lumière, mais bordée d'un halo de couleurs. Il en déduit très justement que certains rayons doivent être déviés ou « diffractés » : la lumière contourne l'obstacle, comme un cours d'eau contourne un rocher pour poursuivre son chemin. Or, les vagues de l'eau ont manifestement une nature ondulatoire. Pourquoi n'en serait-il pas de même de la lumière ?



C'est le physicien hollandais **Christiaan Huygens** (1629-1665) qui formule la première théorie ondulatoire de la lumière. Il pense que la lumière se propage dans l'espace comme une onde engendrée par une pierre qu'on



jette dans un étang se propage à la surface de l'eau. Le substrat matériel qui permet aux ondes lumineuses de se propager dans l'espace est, selon Huygens, une substance subtile, mystérieuse et impalpable, qui remplit l'espace, un fluide hypothétique, impondérable et élastique que les Anciens appelaient « éther ». Mais comment naît une onde lumineuse ? D'après Huygens, une source lumineuse est composée d'innombrables particules qui

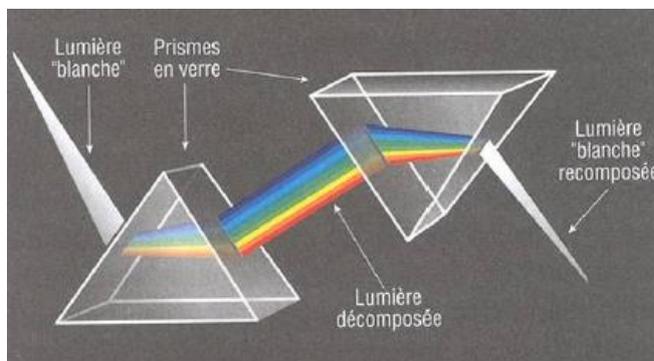
bougent et vibrent. Celles-ci communiquent aux particules de l'éther adjacentes leurs vibrations qui se propagent sous forme d'ondes sphériques. Grâce à sa théorie ondulatoire, Huygens parvient non seulement à rendre compte des lois de la réflexion et de la réfraction, mais aussi de la diffraction.

Pourtant, la théorie ondulatoire de Huygens ne parvient pas à s'imposer. Elle rencontre l'opposition farouche du physicien anglais **Isaac Newton** (1642-1727). Son objection principale est que la lumière, contrairement au son, est incapable de contourner un obstacle. Si la lumière était une onde comme le son, nous devrions être capables de la voir aussi bien que nous percevons le son malgré l'obstacle.



Newton a une vue mécaniste de l'Univers. Toutes ses composantes, petites ou grandes, sont constituées de particules en mouvement, obéissant aux lois de la mécanique. Ainsi, pour le physicien, un rayon visuel est une succession de corpuscules qui se suivent sur cette ligne droite.

Les expériences de Newton sur la lumière comptent parmi les plus élégantes et les plus fondamentales de la physique. A l'aide d'un prisme en verre, solide transparent en forme de pyramide et à section triangulaire, il décompose la lumière solaire de couleur blanche en ce festival de couleurs qu'on voit dans un arc-en-ciel. Il remarque que la séquence des couleurs est toujours la même : rouge, orangé, jaune, vert, bleu, indigo et violet. Comment la lumière blanche peut-elle ainsi se doter de couleurs ? Soit les couleurs sont conférées à la lumière blanche par le prisme quand elle le traverse, soit la lumière blanche contient déjà en elle toutes les couleurs de l'arc-en-ciel, la seule fonction du prisme étant de les séparer. Newton rejette la première hypothèse.

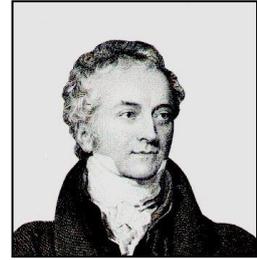


Pour en avoir le cœur net, il fait passer la lumière décomposée par le premier prisme à travers un second prisme identique au premier mais disposé à l'envers. La lumière qui en sort est redevenue blanche. La lumière blanche est donc bien la somme de sept couleurs.

Pour rendre compte de ces résultats dans le cadre d'une théorie corpusculaire, Newton s'inspire des concepts introduits dans la théorie de la gravitation universelle. Il explique les sept couleurs fondamentales en postulant des particules de sept tailles différentes, et fait intervenir des forces d'attraction et de répulsion qui poussent et tirent les particules de lumière qui, sinon, se propageraient en ligne droite. Ainsi, un prisme dévie plus la lumière bleue que la lumière rouge parce que la force attractive qu'il exerce sur la première est plus grande que celle qu'il exerce sur la seconde. Quant aux rayons diffractés de Grimaldi, Newton invoque une force répulsive qui pousse les particules de lumière dans l'ombre géométrique de l'objet.

Les idées de Newton sur l'optique font autorité pendant tout le XVIII^e siècle. Pourtant, la théorie ondulatoire a toujours ses partisans, notamment le physicien anglais **Thomas Young** (1773-1829).

Celui-ci s'intéresse en particulier au phénomène de diffraction découvert par le père Grimaldi. Il a bien observé que si l'on perce une petite fente dans la paroi d'une chambre noire, le faisceau lumineux qui y entre se diffracte, éclairant d'un halo d'intensité plus faible une zone étendue. En 1801, pour examiner le résultat de la superposition de deux halos de lumière, le physicien a l'idée de percer non plus une seule fente, mais deux, proches l'une de l'autre. Chacune va être à l'origine d'une zone de lumière étendue. Young place un écran derrière les deux fentes pour examiner la région où les deux halos de lumière se superposent. Ce qu'il découvre le stupéfie. Si la zone de superposition contient bien des bandes plus brillantes, celles-ci alternent avec des bandes sombres, dépourvues de toute luminosité. Young les nomme « franges d'interférence ». Autrement-dit, en certains endroits de l'écran, ajouter de la lumière à la lumière donne de l'obscurité ! Comment cela est-il possible ? Young réalise une description purement corpusculaire de la lumière. Il ne pourra jamais rendre compte de ce phénomène. Ajouter des particules de lumière à d'autres particules de lumière ne peut produire qu'un plus grand nombre de particules, donc créer une région plus éclairée. Par contre, si la lumière est une onde avec des crêtes et des creux comme ceux d'une vague à la surface de l'océan, le phénomène peut s'expliquer. Si les deux ondes arrivent en phase à un point de l'écran, elles s'ajoutent et l'écran est plus lumineux en ce point ; si elles sont déphasées, elles s'annulent et l'écran est obscur en ce point.



Par la suite, nous allons nous intéresser à l'aspect ondulatoire de la lumière. Le jeune polytechnicien français **Augustin Fresnel** (1788-1827) ignorait tout du travail de Young et pourtant, il redécouvrit toutes les



conclusions du physicien anglais. Fresnel réussit à décrire le principe d'interférence dans un langage mathématique qui lui permet de réfuter l'objection majeure de Newton à la théorie ondulatoire. Si la lumière se comportait comme une onde, elle devrait pouvoir contourner un obstacle, de la même façon que le fait le son. Fresnel démontre que la quantité de lumière qui contourne un obstacle dépend de sa longueur d'onde, la distance entre deux crêtes successives. Plus la longueur d'onde est petite, plus cette quantité est réduite. Or la longueur d'onde de la lumière est un million de fois plus faible que celle des ondes sonores. Il y a donc une quasi-annulation des ondes lumineuses.

Certains phénomènes lumineux évoqués précédemment sont interprétés en tenant compte de la nature de la lumière. Une avancée capitale dans la compréhension de la nature de la lumière se fait par le biais de l'électricité et du magnétisme. Deux physiciens anglais, **Michael Faraday** (1791-1867) et **James Maxwell** (1831-1879) démontrent que les ondes de lumière sont des **ondes électromagnétiques** de longueur d'onde donnée. C'est pourquoi, nous commencerons par étudier la propagation des ondes électromagnétiques dans le vide (ou dans un milieu diélectrique parfait c'est-à-dire homogène et isotrope). La polarisation de la lumière et son interprétation seront traitées dans ce module d'introduction à l'optique ondulatoire. Nous aborderons ensuite les phénomènes de cohérence et d'interférences d'ondes lumineuses ainsi que les conditions nécessaires pour les obtenir.

I. Propagation d'un signal

Dans cette partie, nous abordons le concept d'onde et de propagation en passant en revue quelques exemples simples que l'on peut rencontrer dans la vie de tous les jours : propagation le long d'une corde (milieu unidimensionnel), rides circulaires à la surface de l'eau (milieu à 2 dimensions), signal acoustique (milieu à 3 dimensions). Ces exemples nous permettront d'établir les définitions de base que nous appliquerons ensuite aux ondes électromagnétiques.

1 MISE EN EVIDENCE DES PHENOMENES ONDULATOIRES

▪ La foudre

L'éclair et le tonnerre sont émis **simultanément** en un même lieu par la foudre qui est considérée comme étant la source ou l'émetteur. En tout point de l'espace environnant, un observateur peut voir l'éclair et entendre le tonnerre. L'œil et l'oreille sont alors les récepteurs. Si l'observateur, là où il se trouve, voit et/ou entend ces signaux c'est que les propriétés de l'espace environnant sont modifiées temporairement. En effet, si l'observateur entend le tonnerre, c'est que le milieu l'entourant possède la propriété temporaire de faire vibrer ses tympans. L'air dans lequel se propagent ces deux signaux est appelé **milieu de propagation**. Ces signaux communiquent temporairement à tous les points de ce milieu, à des moments différents, des propriétés spécifiques décelables par un récepteur (l'œil ou l'oreille).

Notons que ces deux signaux sont de **nature différente** : l'un est lumineux, l'autre est sonore. De plus, l'éclair est toujours perçu avant le tonnerre : **ils ne se propagent donc pas avec la même vitesse dans l'air**.

Dans le vide, la lumière (signal électromagnétique) se propage à la vitesse $c = 300\,000 \text{ km.s}^{-1} = 3 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$. Nous considérerons que cette vitesse a pratiquement la même valeur dans l'air. Un signal sonore se propage dans l'air, à environ 15°C, à la vitesse $v = 340 \text{ m.s}^{-1}$.

Vitesse de la lumière

...dans le vide	$300 \cdot 10^3 \text{ km.s}^{-1}$ soit $3,00 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$
...dans l'eau	$225 \cdot 10^3 \text{ km.s}^{-1}$ soit $2,25 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$
...dans le verre	$200 \cdot 10^3 \text{ km.s}^{-1}$ soit $2,00 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$

Vitesse du son

...dans l'air sous pression atmosphérique normale	331 m.s^{-1} à 0°C 340 m.s^{-1} à 15°C
...dans l'eau	1500 m.s^{-1}
...dans un métal	4000 à 5000 m.s^{-1}



Exercice 1

Un observateur se trouve à 3 km du point de chute de la foudre (c'est-à-dire à 3 km de la source). Au bout de combien de temps après l'émission va-t-il voir l'éclair ? Entendre le tonnerre ?

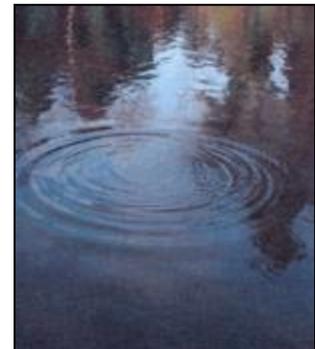
▪ Jet d'une pierre dans l'eau

Si on jette une pierre dans un étang, il se forme à la surface de l'eau des « rides » circulaires concentriques qui s'éloignent du point de chute de la pierre. Une brindille flottant aux alentours se trouve alors animée d'un mouvement de va-et-vient vertical.

L'émetteur sera la pierre qui tombe dans l'eau.

Le milieu de propagation du signal sera la surface de l'eau.

Le récepteur éventuel sera la brindille qui flotte.



La pierre qui heurte la surface de l'eau est à l'origine d'un signal mécanique qui **modifie les propriétés mécaniques** (position, vitesse, énergie mécanique) des différents points du milieu de propagation. Ce signal se propage sous forme de **rides circulaires** à la surface de l'eau : **il progresse horizontalement**. Il communique à chacun de ses points la propriété temporaire de mise en mouvement d'un corps léger flottant (mouvement vertical). On dit que **le signal est transversal**.

Les vaguelettes (succession de creux et de bosses) qui progressent dans toutes les directions, en cercles concentriques à partir de la source, et qui s'atténuent petits à petits forment ce qu'on appelle des **ondes**. On peut dire qu'une **onde est une perturbation qui se déplace**.

On remarquera que les objets flottants montent et descendent mais ne s'éloignent pas du point source : ils ne sont pas entraînés par le signal, qui lui s'éloigne de la source. **Il n'y a pas transport de matière**, seul le signal se propage. **Il y a transport d'énergie**.

On peut également citer l'exemple d'une bouée en mer. De nombreuses applications utilisent ce phénomène et transforment l'énergie ainsi transportée pour produire de l'électricité en haute mer. Le lecteur peut se reporter aux pages internet suivantes pour en savoir plus :

☑ <http://www.usinenouvelle.com/article/production-d-electricite-l-energie-des-vagues-fait-surfaces.71188>

☑ <http://www.meretmarine.com/article.cfm?id=108387>

▪ Compression d'un ressort

Si on provoque à l'extrémité S d'un ressort tendu une compression de quelques spires, ces spires vont reprendre leur écartement initial en se détendant : elles vont comprimer les spires voisines. Une zone de compression se propage ainsi le long du ressort, chaque spire subissant tour à tour un petit déplacement de direction parallèle à la direction de propagation du signal. Un tel signal est dit **longitudinal**.

La propagation d'un signal acoustique dans l'air ressemble à la propagation d'un ébranlement longitudinal le long d'un ressort. Si l'on pouvait « voir » le son, on verrait une alternance de fines couches d'air comprimées et d'autres dilatées dans une direction parallèle à la direction de propagation du signal.

Les signaux acoustiques résultent donc d'une variation dans l'espace de la pression de l'air. Ils peuvent se propager dans l'eau et dans la plupart des liquides. Ils se propagent bien dans de nombreux solides (cf. le bois ou le principe du stéthoscope).

Le signal sonore (ou acoustique) ne se propage pas dans le vide. Il a besoin d'un milieu matériel pour se propager : c'est un **signal mécanique**. On notera que dans le cas des isolants phoniques tels que la laine de verre ou la moquette, ces matériaux inélastiques ne permettent pas au son de se propager.

▪ La lumière

La lumière fait partie de la famille des ondes électromagnétiques. Ce type d'ondes résulte des modifications temporaires, dans l'espace et le temps, du **champ électromagnétique** défini par le couple de vecteurs (\vec{E}, \vec{H}) . Les variations du champ \vec{H} engendrent un champ \vec{E} dont les variations engendrent à leur tour un champ \vec{H} , etc...

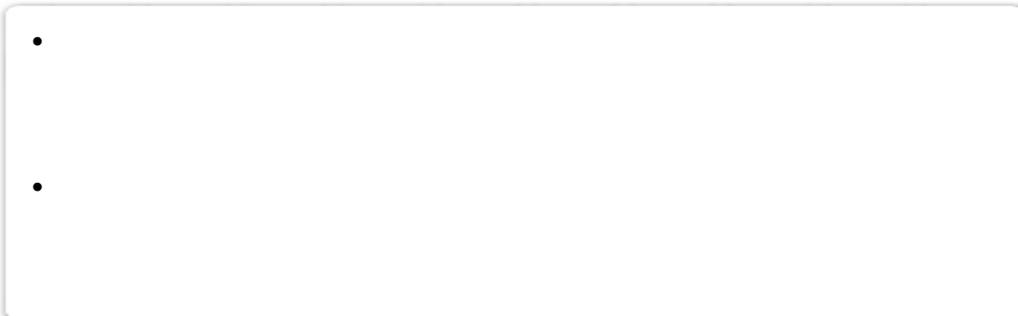
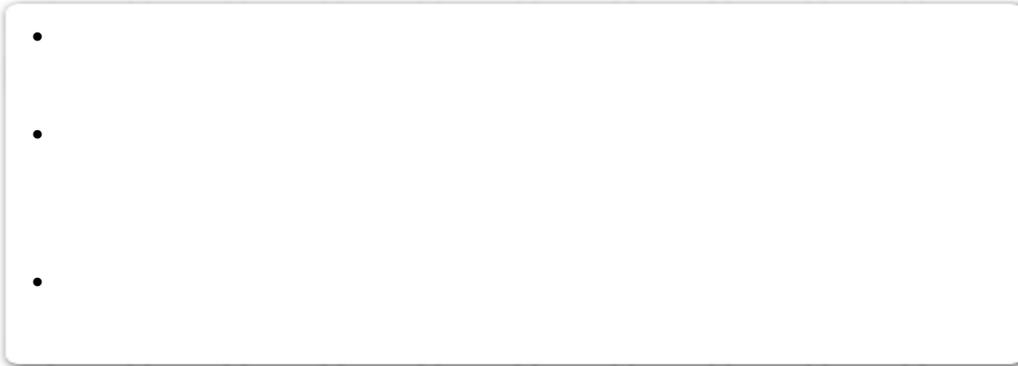


Expérience

On place une sonnette et une lampe de poche allumée sous une cloche à vide. Lorsque, par pompage, l'atmosphère se raréfie, on n'entend plus ou presque plus la sonnette, tandis que la lampe brille avec le même éclat. Le vide ne propage pas les signaux acoustiques qui sont des signaux mécaniques. Un signal lumineux, et par extension un signal électromagnétique, n'est pas un signal mécanique.

2 PREMIERES DEFINITIONS SUR LA PROPAGATION D'UN SIGNAL

La mise en évidence des phénomènes ondulatoires dans la vie quotidienne nous permet de donner quelques définitions générales. Ces dernières seront complétées par la suite avec les expressions mathématiques correspondantes.



3 TRADUCTION MATHÉMATIQUE ET GRAPHIQUE DE LA PROPAGATION D'UN SIGNAL

Considérons un signal qui se propage le long d'un ressort tendu horizontalement (ou d'une corde) entre deux personnes. La Figure 1a représente cet exemple. L'une des personnes provoque un rapide **ébranlement transversal** vers le haut puis vers le bas depuis l'extrémité S (source) du ressort. Une **déformation** prend naissance au point source dès le début de l'émission, elle s'en détache puis s'en éloigne. La propagation est **horizontale**, le long du ressort. Le signal est dit **transversal** car l'onde se déplace le long du ressort alors que chaque point de celui-ci ne fait qu'osciller verticalement.

Ici, une des grandeurs physiques qui est modifiée au passage du signal est la position des points du milieu de propagation (voir l'évolution du point M sur la figure suivante). On note u la grandeur caractéristique du signal ou déplacement transversal provoqué.

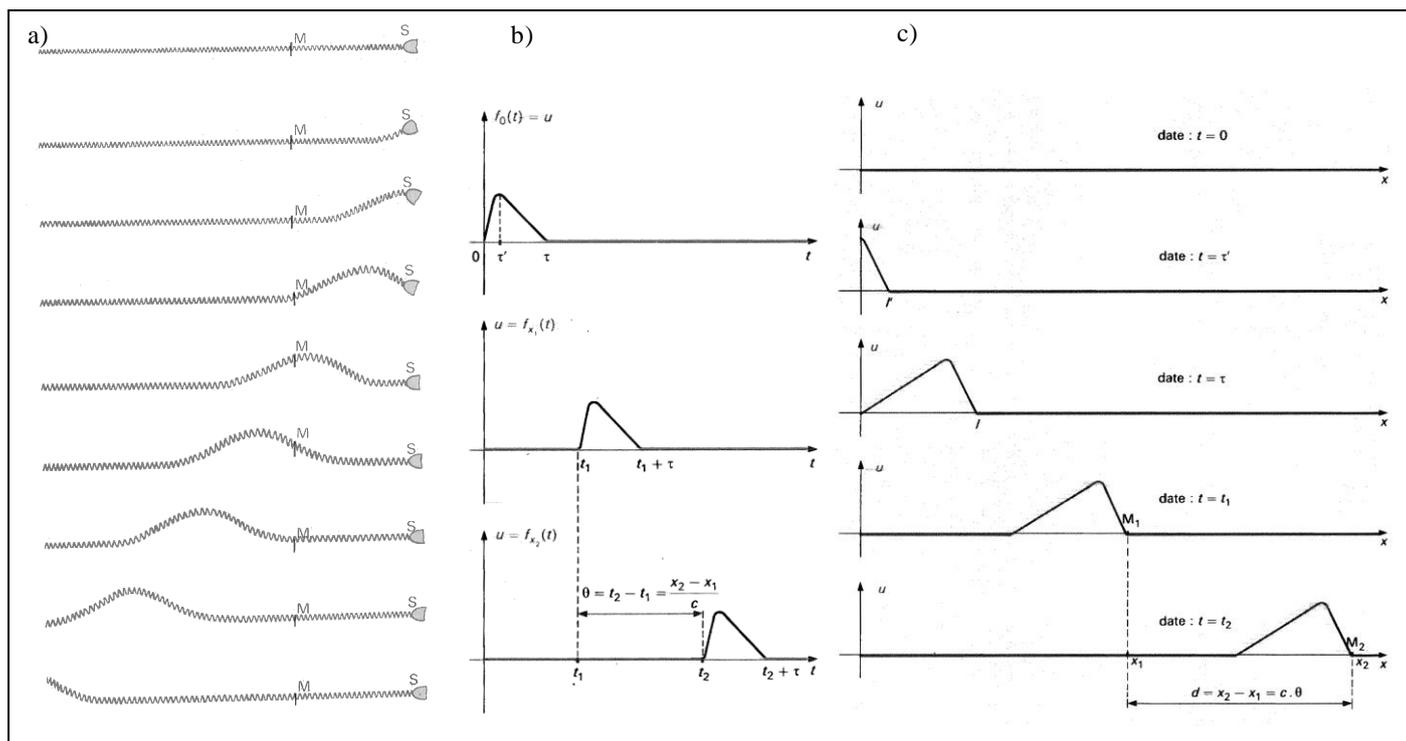


Figure 1 – a) Mouvement d'une corde en fonction du temps, b) variations de u en fonction du temps t et c) variations de u en fonction du point à une date donnée.

Sur la Figure 1b, regardons successivement chacune des 3 séquences temporelles. On constate que la valeur u du déplacement d'un même point M varie à chaque instant. La première séquence correspond à une perturbation $u_S = u(0, t)$ et au déplacement du point S d'abscisse $x = 0$. L'émission de durée τ est achevée à la date $t = \tau$. Le point S retrouve sa position d'équilibre initiale. Sur la seconde séquence, le début du signal arrive en un point M d'abscisse x à la date $t_1 = x/v$, c'est-à-dire avec un retard égal à x/v . Ce point M va être affecté par le signal entre les instants t_1 et $t_1 + \tau$ et va reproduire le mouvement de S avec un retard de x/v .

On aura donc :

$$u_M = u(x, t) = u\left(0, t - \frac{x}{v}\right)$$

Sur la Figure 1c, nous avons représenté la variation de u en fonction de la position du point à une date donnée. On constate que, quelle que soit la séquence considérée, la valeur u du déplacement au même instant varie avec la position des points affectés. A ce stade de l'étude, essayons de comprendre quels sont, à une date donnée, les points de la corde affectés par le signal et quelle est la mesure u de leur déplacement.

- A $t = 0$, tous les points sont en équilibre et $u = 0$ quel que soit la position x .
- A $t = \tau'$, le point source subit son déplacement maximal. Le signal a progressé de la longueur $l' = v \cdot \tau'$. Les points affectés seront ceux qui ont une abscisse x telle que : $0 \leq x \leq l'$.
- A $t = \tau$, l'émission est terminée. Le signal a progressé de la longueur $l = v \cdot \tau$.

- A $t = t_1$, le front de la déformation a progressé et se trouve en M_1 d'abscisse $x_1 = v \cdot t_1$. A cette date, les points de la corde qui seront affectés auront une abscisse telle que : $x_1 - l \leq x \leq x_1$.
- On constate également que la perturbation qui, à la date t_2 affecte un point M_2 d'abscisse x_2 , affectait le point $M_1(x_1)$ à la date t_1 avec : $d = x_2 - x_1 = v \cdot (t_2 - t_1)$.

On en déduit que la perturbation u est la même à la date t_2 en x qu'à la date t_1 en $x-d$ avec $d = v \cdot (t_2 - t_1)$. La perturbation provoquée par le signal est donc fonction **de la position x du point concerné**.

On retrouve la même perturbation en deux points $M_1(x_1)$ et $M_2(x_2)$ aux dates t_1 et t_2 telles que :

$$t_2 - t_1 = \frac{x_2 - x_1}{v}$$

Cette équation peut être réécrite telle que :

$$x_2 - x_1 = v \cdot (t_2 - t_1)$$

On dit que le signal progresse à la vitesse v sans être déformé : c'est une **onde progressive**.

Première forme mathématique d'une onde progressive

Deuxième forme mathématique d'une onde progressive

4 GENERALISATION A L'ÉQUATION DE PROPAGATION D'UNE ONDE

Les paragraphes précédents nous ont permis de définir les ondes progressives et d'établir leur forme mathématique dans un cas simple à une dimension (mouvement d'une corde par exemple). Une formulation plus complète de ces définitions nous permet de les généraliser à une onde se propageant dans l'espace à trois dimensions.

Définition générale de l'équation de propagation d'une onde



Exercice 2

Montrez que la deuxième forme mathématique d'une onde progressive décrite précédemment (équation en 1D) est solution de l'équation de propagation ci-dessus.

En trois dimensions, la fonction qui représente l'onde se propageant dans la direction définie par un vecteur unitaire \vec{n} normal au plan d'onde s'écrit : $\psi(d - v \cdot t)$ où $d = HM = \vec{n} \cdot \vec{OM} = \vec{n} \cdot \vec{r}$

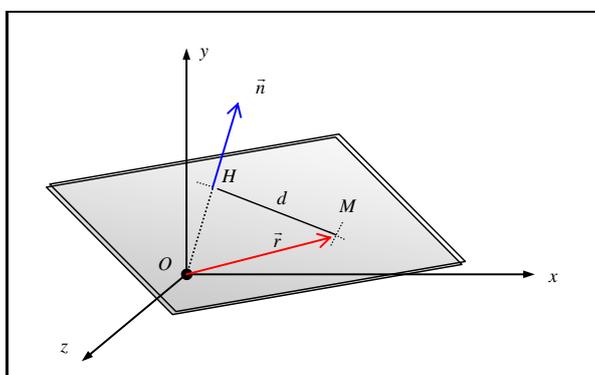


Figure 2 – Définition des notations utilisées pour le cas 3D.

On note H la projection orthogonale de l'origine du repère sur le plan, \vec{r} est le vecteur dont l'origine se trouve à l'origine du repère et où l'extrémité est un point quelconque du plan d'onde. L'équation générale de l'onde plane se propageant dans le sens de sa normale s'écrit :



II. Onde progressive périodique

Dans ce chapitre, nous introduisons le concept d'onde progressive périodique. Pour parvenir à sa relation mathématique, nous commençons par décrire une onde progressive le long d'une corde puis une onde progressive à la surface de l'eau. Nous aborderons également la définition de la longueur d'onde et de l'onde plane.

1 ONDE PROGRESSIVE LE LONG D'UNE CORDE

Considérons une corde tendue entre un expérimentateur jouant le rôle de l'émetteur et un point fixe. L'expérimentateur provoque **plusieurs secousses périodiques** au point S. Une déformation sinuieuse se propage et provoque successivement le déplacement des différents points de la corde. Un tel signal est à l'origine d'une onde (ou train d'ondes) dont la propagation s'accompagne d'une **déformation sinuieuse progressive**. Si maintenant l'expérimentateur est remplacé par un vibreur qui joue le rôle d'**émetteur de signaux périodiques**, le point S est animé d'un **mouvement transversal périodique sinusoïdal**. Si le vibreur fonctionne sans interruption, tous les points de la corde sont continuellement agités. On utilise un stroboscope pour observer « au ralenti » le mouvement de l'émetteur et le mouvement ralenti de la corde.

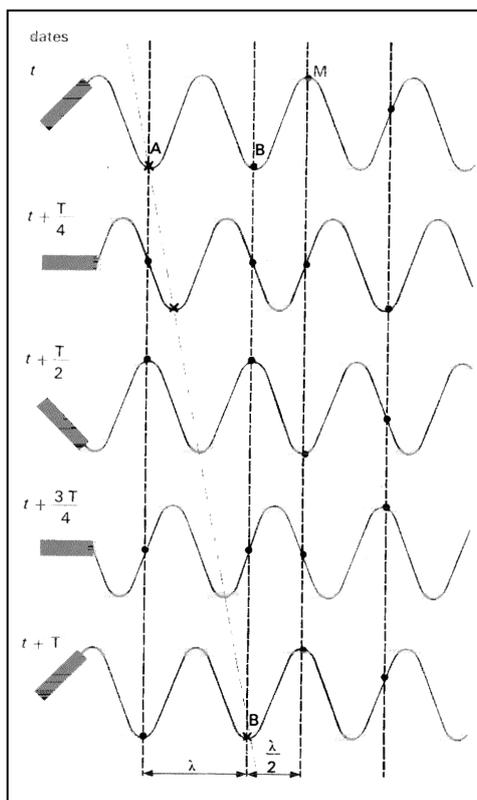


Figure 3 – Onde progressive le long d'une corde, mouvement transversal périodique sinusoïdal.

Sur la Figure 3, on observe que pendant une période T , chacun des points de la corde a effectué une oscillation complète (comme le vibreur). Les points A et B séparés d'une distance λ (appelée longueur d'onde) font « la même chose en même temps » : ils vibrent donc **en phase**. En une période, le creux marqué d'une croix noire a progressé d'une longueur d'onde $\lambda = v \cdot T$: l'onde est dite **progressive** (suivre le pointillé). Enfin, les points B et M sont séparés d'une demi-longueur d'onde : ils vibrent en **opposition de phase**.

Les **déformations continues** que nous observons (c'est-à-dire les modifications des propriétés du milieu de propagation) sont dues à ce que l'on appelle une **onde**. Cette onde s'éloigne de l'émetteur et progresse le long de la corde : elle est dite **progressive**.

- **Périodicité temporelle**

Le point M effectue un mouvement périodique transversal : il oscille de part et d'autre de sa position d'équilibre. Il en est de même de chacun des points de la corde. L'émetteur étant animé d'un mouvement vibratoire entretenu à la fréquence $F = 1/T$, chacun des points du milieu de propagation affecté par l'onde progressive est animé d'un mouvement vibratoire ininterrompu à la fréquence du vibreur : la corde a le même aspect aux dates $t, t + T, t + 2 \cdot T \dots$. On dit que T est la **période temporelle** de l'onde progressive.

- **Périodicité spatiale**

Certains points semblent faire « la même chose en même temps ». Ils effectuent le même mouvement en même temps, ils sont dits en phase. La distance qui sépare deux points consécutifs en phase est appelée **longueur d'onde** et est notée λ .

Définition de la longueur d'onde

On remarquera que dans le cas d'une onde progressive, deux points vibrant en phase sont distants d'un nombre entier de longueur d'onde, soit $n \cdot \lambda$. Deux plus, deux points vibrant en opposition de phase sont distants de $(2 \cdot n + 1) \cdot \lambda / 2$.

2 ONDE PROGRESSIVE A LA SURFACE DE L'EAU

▪ Onde progressive circulaire

Considérons une cuve remplie d'eau et un vibreur muni d'une tige dont l'extrémité est en contact avec un point S de la surface du liquide (voir Figure 4). Ce point S est animé d'un mouvement vertical sinusoïdal ininterrompu. A l'aide d'un stroboscope, on observe des circonférences alternativement claires et sombres qui prennent naissance au point source S . Elles se succèdent et grandissent en s'éloignant de celui-ci. L'émission ininterrompue d'une **vibration transversale** s'accompagne de la **propagation d'une onde** qui affecte à chaque instant tous les points de la surface de l'eau.

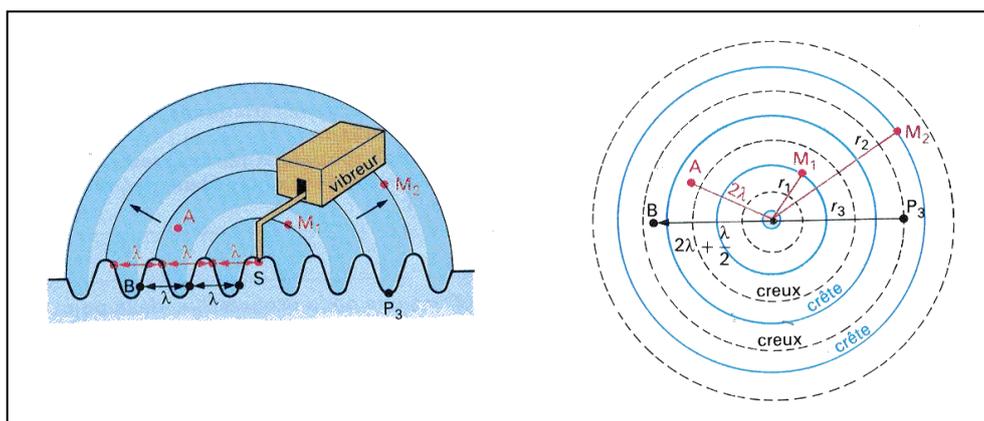


Figure 4 – Réalisation d'une onde progressive circulaire.

Sur la Figure 4, on remarque que tous les points situés sur une même circonférence, c'est-à-dire à la même distance r de la source, sont à chaque instant dans le même état vibratoire : ils vibrent en phase. Ces points appartiennent à la même **surface d'onde**.

Définition de la surface d'onde

On notera qu'une surface d'onde est la surface correspondant à la grandeur *distance* de la source multipliée par une *constante*, à un instant t fixé. Durant une période T , une crête a pris la place d'une autre crête, un creux la place d'un autre creux, et ce de proche en proche. L'onde se propage avec la **même vitesse** dans toutes les directions. Durant une période T , le rayon r d'une surface d'onde augmente de la longueur d'onde $\lambda = v \cdot T$.

- **Onde progressive rectiligne**

Le vibreur est maintenant muni d'une réglette. La Figure 5 présente le protocole expérimental.

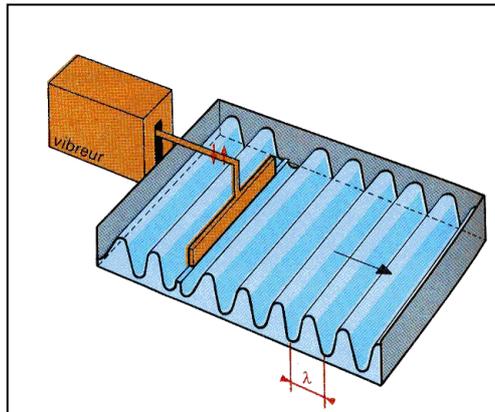


Figure 5 – Réalisation d'une onde progressive rectiligne.

Chacun des points de la surface de l'eau est animé d'un mouvement vibratoire transversal de période T égale à celle du vibreur. A chaque instant, tous les points situés sur un même segment parallèle à la réglette sont dans le même état vibratoire. On dit qu'ils vibrent en phase. La **surface d'onde** sera représentée par le segment parallèle à la réglette, soit une portion de plan parallèle à la réglette.

L'onde progressive rectiligne se propage dans une **direction** bien définie et **unique**. Cette direction est perpendiculaire à la réglette et par conséquent **perpendiculaire aux surfaces d'onde**.

Définition d'une onde plane

- **Considération des grandes distances**

A grande distance d'un point source, des ondes circulaires de très grand rayon peuvent être localement assimilées à des ondes rectilignes parallèles donc à des ondes progressives planes. En effet, il est possible de confondre localement la surface circulaire avec son plan tangent (voir Figure 6).

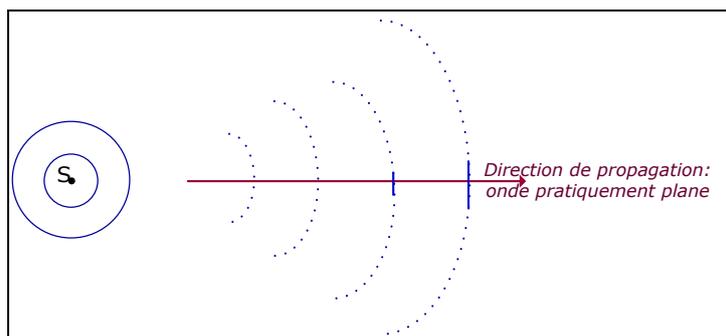


Figure 6 – Onde circulaire observée à grande distance.

3 FORMULATION MATHÉMATIQUE POUR UNE ONDE PLANE SINUSOÏDALE

Considérons une onde plane dont la direction de propagation est perpendiculaire au plan d'onde.

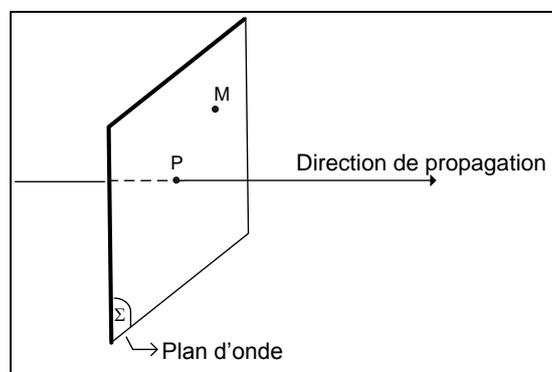


Figure 7 – Définition d'une onde plane.

Le vecteur d'onde \vec{k} est défini comme étant le vecteur caractéristique de la direction et du sens de propagation de l'onde. Il est donné par trois paramètres qui sont :

- la **direction** (celle de la propagation),
- le **sens** (celui de la propagation),
- le **module** également appelé nombre d'onde et tel que $k = 2\pi / \lambda$.

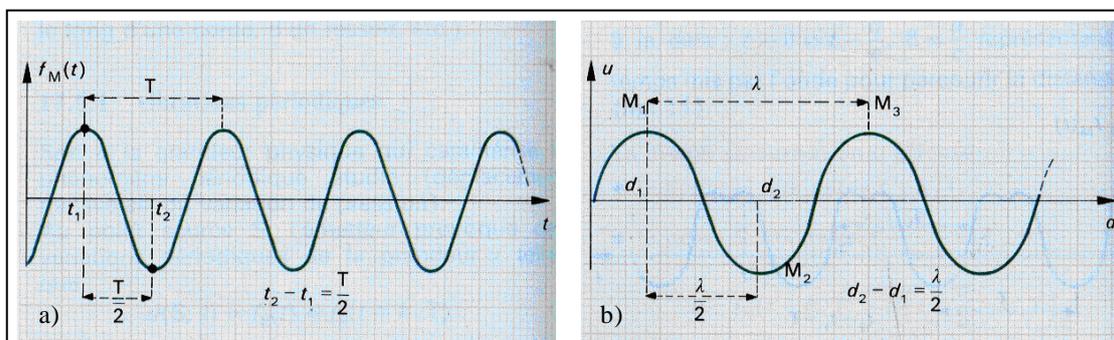


Figure 8 – a) Cas des vibrations sinusoidales où les perturbations en un point M sont opposées à deux dates séparées par un nombre impair de demi-périodes. b) Photographie instantanée de la corde. Cas des vibrations sinusoidales où deux points distants d'un nombre entier impair de demi-longueurs d'onde vibrent en opposition de phase.

On se place dans le cas d'une onde plane sinusoïdale (cf. Figure 8). Nous choisissons l'origine des temps pour que tous les points du plan d'onde d'abscisse $z = 0$ soient tels que :

$$u(0,t) = A \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

En considérant les notations de la Figure 9, les généralités sur la propagation des ondes permettent d'écrire :

$$u(z,t) = u\left(0, t - \frac{z}{v}\right)$$

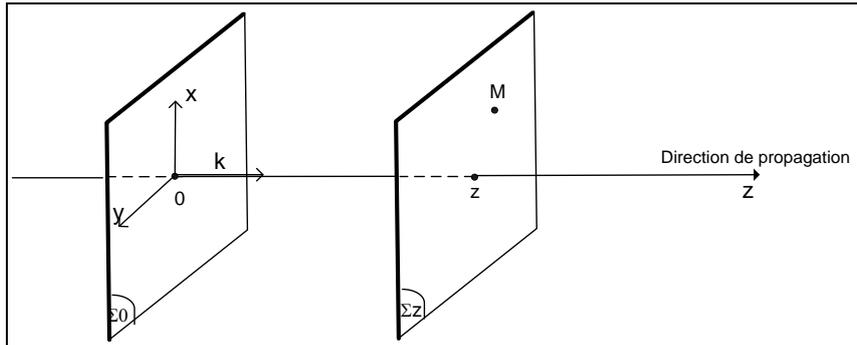


Figure 9 – Représentation du plan d'onde associé au point M.

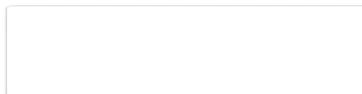
Or, on sait que :

$$u\left(0, t - \frac{z}{v}\right) = A \cdot \cos\left(\omega \cdot \left(t - \frac{z}{v}\right)\right) = A \cdot \cos\left(\omega \cdot t - \left(\frac{\omega \cdot z}{v}\right)\right)$$

De plus, en utilisant les relations $\lambda = v \cdot T$ et $\omega = 2\pi/T = 2\pi \cdot F$, on obtient :

$$u(z,t) = A \cdot \cos\left(\omega \cdot t - 2\pi \cdot \frac{z}{\lambda}\right)$$

Or, si $k = 2\pi/\lambda$ alors la fonction suivante définit l'état vibratoire de tous les points du plan d'onde Σ_z .



▪ **Plan d'onde**

Tous les points de ce plan vibrent en phase, c'est-à-dire que pour un instant donné, tous les points de ce plan ont le même **facteur de phase** ou la même phase instantanée telle que :

$$\phi(z,t) = \omega \cdot t - k \cdot z$$

▪ **Déphasage entre deux plans d'onde**

Les phases instantanées des points de deux plans d'onde d'abscisses z_1 et z_2 ont respectivement les formes suivantes : $\phi(z_1,t) = \omega \cdot t - k \cdot z_1$ et $\phi(z_2,t) = \omega \cdot t - k \cdot z_2$. Notons $\Delta\phi$ le déphasage entre ces deux plans d'onde distants de $z_2 - z_1$. Dans ce cas, on peut écrire que :

$$\Delta\phi = \phi(z_2, t) - \phi(z_1, t) = k \cdot (z_2 - z_1) = (z_2 - z_1) \cdot 2\pi / \lambda$$

On retiendra que deux plans sont dits **en phase** s'ils sont distants de $(z_2 - z_1) = n \cdot \lambda$. Ils sont en **opposition de phase** s'ils sont distants de $(z_2 - z_1) = \frac{(2n+1)}{2} \cdot \lambda$.

4 GENERALISATION, CAS D'UNE ONDE MONOCHROMATIQUE PLANE

Par définition, une onde monochromatique plane est représentée par une fonction sinusoïdale dont l'argument Φ est proportionnel à l'argument $\vec{n} \cdot \vec{r} - v \cdot t$. On écrira donc :



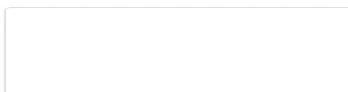
La fonction ψ est périodique des variables d'espace et de la variable de temps.

▪ Périodicité dans l'espace

Si $\vec{n} \cdot \vec{r} = d$ représente l'argument d'une onde plane à l'instant t et si $\vec{n} \cdot \vec{r}'$ représente l'argument au même instant d'une autre onde plane tel que $\vec{n} \cdot \vec{r}' = d + \lambda$ alors, la première et la seconde onde s'écriront respectivement :

$$\psi_1 = \psi_0 \cdot \cos(k \cdot (\vec{n} \cdot \vec{r} - v \cdot t)) \quad \text{et} \quad \psi_2 = \psi_0 \cdot \cos(k \cdot (\vec{n} \cdot \vec{r}' + \lambda - v \cdot t))$$

Si $k \cdot \lambda = 2\pi$ alors $\psi_1 = \psi_2$ et λ est appelée **longueur d'onde**. La grandeur $k = 2\pi / \lambda$ s'appelle le **nombre d'onde**. Enfin, le vecteur $\vec{k} = k \cdot \vec{n} = (2\pi / \lambda) \cdot \vec{n}$ est le **vecteur d'onde**. Dans le cas général, on aura donc :



▪ Périodicité dans le temps

A l'instant t et $t + T$, l'onde est respectivement représentée par :

$$\psi_1 = \psi_0 \cdot \cos(\vec{k} \cdot \vec{r} - k \cdot v \cdot t) \quad \text{et} \quad \psi_2 = \psi_0 \cdot \cos(\vec{k} \cdot \vec{r} - k \cdot v \cdot (t + T))$$

Si $k \cdot v \cdot T = 2\pi$ alors $\psi_1 = \psi_2$ et T est appelée **période temporelle** de l'onde ou plus simplement **période**. Par définition, la quantité $F = 1/T$ s'appelle la **fréquence** de l'onde et on note $\omega = 2\pi \cdot F = 2\pi / T$ la **pulsation** ou **fréquence angulaire**.

Il existe une relation qui relie la période spatiale à la période temporelle. On sait que $k = 2\pi / \lambda \Rightarrow k \cdot \lambda = 2\pi$ et comme $k \cdot v \cdot T = 2\pi$, alors :

On notera que la vitesse de propagation de l'onde v dépend du milieu dans lequel elle se propage. Dans le vide, c'est une constante universelle notée c . Si n_0 est l'indice du milieu, on a donc :

La période, la pulsation ou la fréquence sont des caractéristiques de l'onde seule. Elles conservent dans un milieu quelconque la valeur qu'elles avaient dans le vide. En revanche, la longueur d'onde va dépendre de la vitesse donc de l'indice, donc du milieu traversé. C'est à la fois une caractéristique de l'onde et du milieu.

Dans le vide, la longueur d'onde s'écrira :

Dans un milieu, la longueur d'onde s'écrira :

Comme $\frac{\lambda}{\lambda_0} = \frac{v}{c} = \frac{1}{n_0}$ alors :

Dans le cas des ondes progressives planes, on retiendra les équations suivantes :

▪ **Représentation complexe d'une onde progressive plane**

Souvent, on adopte la représentation complexe telle que :

Soit : $\underline{\psi}(\vec{r}, t) = \underline{\psi}(\vec{r}) \cdot \exp(-i \cdot \omega \cdot t)$ avec $\underline{\psi}(\vec{r}) = \psi_0 \cdot \exp(i \cdot \vec{k} \cdot \vec{r}) = \psi_0 \cdot \exp(i \varphi)$

5 GENERALISATION, CAS DES ONDES SPHERIQUES

La fonction $\psi(x, y, z, t) = \psi(r - v \cdot t)$ avec $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ représente l'équation d'une **onde sphérique** puisque si $r = Cte$ (donc si le point est sur une sphère), alors $\psi = Cte$.



Exercice 3

Montrez que cette équation satisfait bien l'équation générale de la propagation des ondes.

Supposons que $s = r \cdot \psi$ (voir correction de l'Exercice 3 pour plus d'information). On peut donc définir deux ondes : $\psi_d(r, t)$ et $\psi_c(r, t)$ qui réciproquement représentent une **onde divergente** (elle s'éloigne du centre) et une **onde convergente** (elle se rapproche du centre).



- **Onde sphérique monochromatique**

Elle est représentée par une fonction sinusoïdale dont l'argument est proportionnel à $(r - v \cdot t)$ ou $(r + v \cdot t)$.



On montre également les relations suivantes qui sont intervenir les périodicités spatiales et temporelles :

$$\psi_d = \frac{\psi_0}{r} \cdot \cos(k \cdot r - \omega \cdot t)$$

$$\psi_c = \frac{\psi_0}{r} \cdot \cos(k \cdot r + \omega \cdot t)$$

$$\psi_d = \frac{\psi_0}{r} \cdot \cos(k \cdot r - 2\pi \cdot v \cdot t)$$

$$\psi_c = \frac{\psi_0}{r} \cdot \cos(k \cdot r + 2\pi \cdot v \cdot t)$$

$$\psi_d = \frac{\psi_0}{r} \cdot \cos\left(k \cdot r - \frac{2\pi}{T} \cdot t\right)$$

$$\psi_c = \frac{\psi_0}{r} \cdot \cos\left(k \cdot r + \frac{2\pi}{T} \cdot t\right)$$

Remarque

Dans le cas d'une onde sphérique, la quantité $k \cdot r$ n'est pas un produit scalaire. Il s'agit du produit de la norme de k et de r . Il n'y a donc pas de cosinus qui intervienne.

▪ **Représentation complexe d'une onde sphérique**

Si on associe comme précédemment la fonction exponentielle complexe à la fonction cosinus, la représentation complexe d'une onde sphérique divergente s'écrira :

$$\psi_c(r, t) = \frac{\psi_0}{r} \cdot \exp i(k \cdot r + \omega \cdot t)$$

La représentation complexe d'une onde sphérique convergente devrait s'écrire :

$$\psi_c(r, t) = \frac{\psi_0}{r} \cdot \exp i(k \cdot r + \omega \cdot t)$$

La différence de ces deux types d'onde apparaît dans le signe de la partie temporelle. Pour éviter cette écriture, on peut également écrire la relation suivante :

$$\psi_c(r, t) = \frac{\psi_0}{r} \cdot \exp i(k \cdot r - \omega \cdot t)$$

Dans cette nouvelle représentation, une onde divergente et une onde convergente diffèrent non plus par le signe de la partie temporelle mais par le signe de la partie spatiale. C'est cette représentation qu'il faudra adopter. Au final, on aura donc :

$$\begin{cases} \psi_c(r, t) = \frac{\psi_0}{r} \cdot \exp -i \cdot \omega \cdot t \\ \psi_d(r, t) = \frac{\psi_0}{r} \cdot \exp -i \cdot \omega \cdot t \end{cases} \text{ avec } \begin{cases} \psi_d = \frac{\psi_0}{r} \cdot \exp + i \cdot k \cdot r \\ \psi_c = \frac{\psi_0}{r} \cdot \exp - i \cdot k \cdot r \end{cases} \text{ et } k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{\lambda_0} \cdot n_0$$

6 GENERALISATION, CAS DES ONDES STATIONNAIRES

Dans une onde progressive, la partie spatiale et la partie temporelle appartiennent au même argument de la fonction qui représente l'onde. Par exemple, on a vu qu'une onde progressive peut être donnée par :

$$\psi = \psi_0 \cdot \cos(k \cdot x - \omega \cdot t)$$

Lorsque les parties spatiales et temporelles sont représentées par deux fonctions séparées dans l'expression **réelle** de l'onde, l'onde est dite **stationnaire**. Par exemple, on aura :

$$\psi = \psi_0 \cdot \cos(k \cdot x) \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

Il ne faudra pas confondre avec l'expression complexe d'une onde progressive plane où l'on avait :

$$\psi = \psi_0 \cdot \exp i(k \cdot x - \omega \cdot t) = \psi_0 \cdot \exp i(k \cdot x) \cdot \exp -i(\omega \cdot t)$$

Il sera possible d'obtenir une onde stationnaire en superposant deux ondes progressives planes se propageant en sens inverse. Dans cet exemple, si l'on a :

$$\psi_1 = \psi_0 \cdot \cos(k \cdot x - \omega \cdot t) \text{ et } \psi_2 = \psi_0 \cdot \cos(k \cdot x + \omega \cdot t)$$

alors :

$$\psi = \psi_1 + \psi_2 = \psi_0 \cdot \cos(k \cdot x) \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

III. Ondes électromagnétiques

Dans ce chapitre, nous introduisons les ondes électromagnétiques pour mieux comprendre certains phénomènes physiques. Après avoir traité la surface d'onde, nous aborderons l'approximation de l'onde plane et les grandeurs caractéristiques de la propagation. Enfin, ces notations nous permettront de calculer la puissance transportée.

1 INTRODUCTION AUX ONDES ELECTROMAGNETIQUES

Considérons un champ électrique variable dans le temps dû à des charges électriques en mouvement. Ce champ électrique variable va engendrer un champ magnétique qui s'établit progressivement, il est lui aussi variable. A son tour, le champ magnétique va produire un champ électrique variable, qui va produire un champ magnétique variable,... Le couple de champ (\vec{E}, \vec{H}) représenté sur la Figure 10 s'auto-entretient dans le temps avec une progression dans l'espace. On parle d'**onde électromagnétique**.

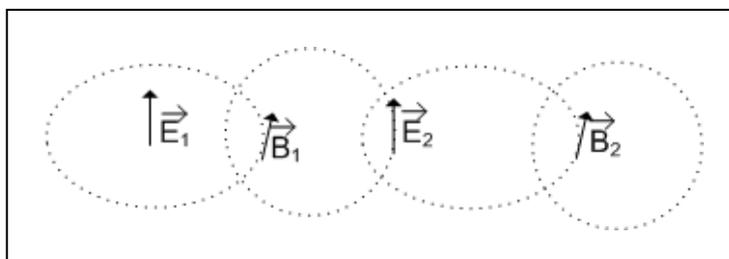


Figure 10 – Champs électriques et magnétiques.

Remarque

Pour transmettre une information à l'aide des ondes électromagnétiques (radiocommunication mobile, liaison satellite, radiodiffusion...), on utilise des antennes comme émetteur (source) et récepteur. L'antenne est indispensable au **rayonnement** et à la **captation** des ondes. Un courant oscillant dans une antenne émettrice (charges électriques oscillantes aux extrémités de l'antenne) produit un couple de champ (\vec{E}, \vec{H}) qui varie dans le temps. Il y a alors une onde qui se propage dans l'espace (transfert d'énergie rayonnante). Sur le parcours de cette onde, les charges électriques d'une antenne réceptrice vont subir une force due à ce champ oscillant, force qui leur fait subir un mouvement oscillant de même nature que le courant d'émission.

Toutes les lois régissant les champs \vec{E} et \vec{H} de l'électromagnétisme dans le vide sont résumées par les quatre **équations de Maxwell** (1865). Ces équations mettent en évidence le couplage entre les champs \vec{E} et \vec{H} en régime variable.

Avec les équations de Maxwell, on détermine les **équations de propagation des champs**. Pour étudier ce phénomène de propagation, on cherche ce que les équations générales imposent à une propagation dans une direction bien déterminée, sur l'axe (Oz) par exemple.

On montre alors que chacune des composantes des champs \vec{E} et \vec{H} a une forme générale $f\left(t - \frac{z}{v}\right)$.

On parle de **phénomène de propagation**. La résolution de ces équations se fait dans le cas particulier où on se place loin de la source. La suite de ce chapitre présente les résultats importants qu'il faut retenir.

2 SURFACE D'ONDE

Dans un milieu de propagation homogène et isotrope, la vitesse de propagation est la même dans toutes les directions. A grande distance de la source considérée comme ponctuelle, les surfaces d'onde sont des **sphères** centrées sur l'émetteur. A grande distance de la source et en première approximation, on peut confondre une portion d'arc sphérique et le plan tangent. Dans ces conditions, l'onde plane est une bonne approximation pour représenter les ondes en espace libre.

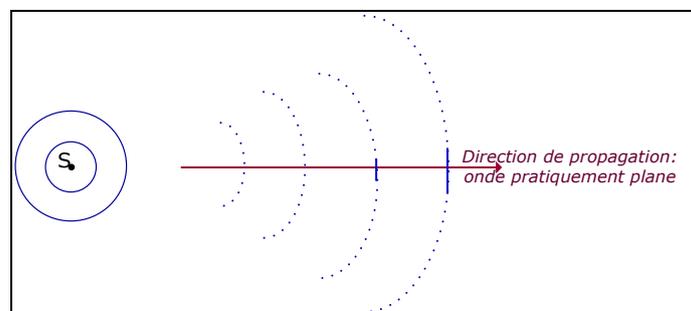


Figure 11 – Ondes sphériques et ondes planes.

3 APPROXIMATION DE L'ONDE PLANE

L'approximation de l'onde plane s'applique aux situations réelles et simplifie la résolution des équations de propagation. Nous formulons l'hypothèse que l'onde se propage suivant l'axe (Oz). La résolution des équations permet de tirer les conclusions suivantes :

- Les composantes de \vec{E} et de \vec{H} suivant la direction de propagation sont nulles *i.e.* E_z et H_z . Les champs \vec{E} et \vec{H} sont donc perpendiculaires à la direction de propagation (Oz). On dit que l'onde est transverse.

Définition d'une onde TEM

- Les vecteurs \vec{E} et \vec{H} sont orthogonaux.
- Aucune des composantes de \vec{E} et \vec{H} ne dépend des coordonnées suivant x ou y (la direction de propagation se faisant suivant z , nous n'avons que des fonctions du type $f(t - z/v)$).
- Les vecteurs $(\vec{E}, \vec{H}, \vec{k})$ forment un trièdre direct (voir précédente définition du vecteur \vec{k}).

En régime sinusoïdal, la solution s'écrit sous la forme suivante avec \vec{E} et \vec{H} perpendiculaires :

$$\vec{E} = \begin{pmatrix} E_x \cdot \cos(\omega \cdot t - k \cdot z) \\ E_y \cdot \cos(\omega \cdot t - k \cdot z) \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \vec{H} = \begin{pmatrix} H_x \cdot \cos(\omega \cdot t - k \cdot z) \\ H_y \cdot \cos(\omega \cdot t - k \cdot z) \\ 0 \end{pmatrix}$$

L'onde est dite plane sinusoïdale ou **monochromatique**. On remarquera que les champs sont en phase. La propagation d'une onde électromagnétique plane sinusoïdale est schématisée sur la Figure 12. On est dans le cas où le champ électrique est orienté suivant l'axe x , le champ magnétique est orienté suivant l'axe y . Le sens de la propagation se fait suivant l'axe z . Le trièdre $(\vec{E}, \vec{H}, \vec{k})$ est bien direct.

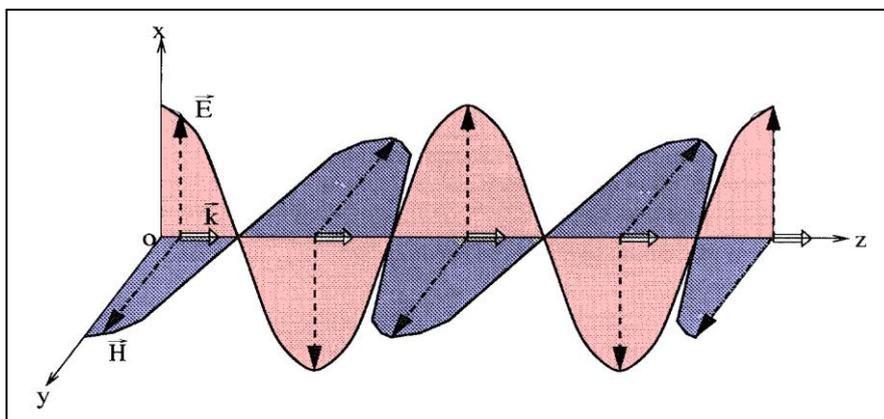


Figure 12 – Représentation d'une onde monochromatique.

L'onde a une double périodicité : une période temporelle notée T liée à la fréquence d'oscillation de la source, et une période spatiale notée λ . Ces deux grandeurs sont reliées par la formule suivante :

$$\lambda = v \cdot T$$

où v est la vitesse de propagation de l'onde. Dans l'air, on rappelle que la vitesse de la lumière v vaut $c = 3.10^8 \text{ m.s}^{-1}$.

4 VITESSE DE PROPAGATION, LONGUEUR D'ONDE ET IMPEDANCE CARACTERISTIQUE

On définit la **constante diélectrique** ou **permittivité** dans un matériau quelconque par la relation suivante :

$$\epsilon_r = \frac{\epsilon}{\epsilon_0}$$

où ϵ_0 est la permittivité dans le vide ou l'air égale à $10^{-9}/36\pi$ soit $8,842 \cdot 10^{-12} \text{ F.m}^{-1}$, et ϵ_r est la permittivité relative du milieu.

On définit également la **perméabilité magnétique** dans un matériau quelconque par la relation suivante :

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0}$$

où μ_0 est la perméabilité magnétique dans le vide égale à $\pi \cdot 4 \cdot 10^{-7} \text{ H.m}^{-1}$ et μ_r est la perméabilité magnétique relative du milieu.

La perméabilité et la permittivité permettent de caractériser la vitesse de propagation de l'onde ainsi que l'indice de réfraction d'un milieu :

Définition de la vitesse de propagation de l'onde

Définition de l'indice de réfraction

Sachant que $v = c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \cdot \mu_0}} = 3 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$ dans l'air ou dans le vide, on peut écrire :

$$v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r \cdot \mu_r}}$$

Sachant que $\mu_r = 1$ dans les milieux autres que les milieux ionisés ou les milieux magnétiques, on peut simplifier l'équation précédente telle que :

$$v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r}} = \frac{c}{n}$$

Enfin, on peut définir la longueur d'onde par la relation suivante :

Définition de la longueur d'onde

Ordres de grandeur

- Permittivité : en aucun cas, ϵ_r ne peut être inférieur à 1. Les gaz ont une permittivité voisine de celle du vide.

Permittivité ϵ_r des gaz

...oxygène	1,000 55
...vapeur d'eau	1,006 10

Permittivité ϵ_r des solides

...polymères	~2
...verre	~6
...céramiques	~1500

Permittivité ϵ_r des liquides

...hélium liquide	1,048 à 4,2 K
...eau	80,5

- La perméabilité magnétique relative vaut 1 pour les matériaux non magnétiques. Elle est très supérieure à 1 pour les matériaux magnétiques. Par exemple, elle est d'environ 2500 pour le fer.

- Quelques indices de réfraction

...air	1,000 2
...eau	1,333
...huile	1,5



Exercice 4

Soit une onde plane de longueur d'onde dans le vide λ_0 égale à $0,85 \mu\text{m}$ (domaine optique du Proche Infra Rouge). Quelles sont sa vitesse de propagation et longueur d'onde lors de la traversée d'une lame de verre d'indice $n = 1,5$? Calculer la fréquence avant et après la traversée de la lame. Que constatez-vous ?

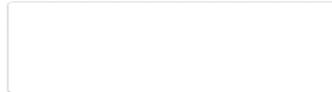
5 PUISSANCE TRANSPORTEE

Le **vecteur de Poynting** (ou la **densité de puissance instantanée**) décrit l'amplitude et la direction du flux d'énergie électromagnétique transportée par une onde se propageant suivant l'axe z , par mètre carré de surface parallèle au plan (xy) . Ce vecteur représente donc une densité de puissance exprimée en $\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$.



Dans le cas d'une onde TEM plane se propageant selon l'axe z , on aura $\vec{p} = E^2(M,t)/(\mu_0 \cdot c) \cdot \vec{u}_z$. Le vecteur de Poynting est dans la direction et dans le sens de propagation de l'onde. L'énergie se propage dans la direction de propagation. On notera que dans ce cas, \vec{p} est proportionnel au champ électrique au carré.

La **moyenne temporelle de \vec{p} pour une onde monochromatique** est la valeur moyenne au cours d'une période T de la densité de puissance instantanée. L'onde étant monochromatique, on peut utiliser la notation complexe pour obtenir la grandeur réelle suivante :



Exemple d'application

Soit une onde plane monochromatique et polarisée rectilignement (la notion de polarisation sera abordée dans le chapitre suivant). Si \vec{E}_0 est une constante vectorielle, le champ électrique peut alors s'écrire comme :

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cdot \cos(\omega \cdot t - k \cdot z)$$

On y associe le vecteur de Poynting et sa valeur moyenne tels que :

$$\vec{p} = \frac{E_0^2}{\mu_0 \cdot c} \cdot \cos^2(\omega \cdot t - k \cdot z) \cdot \vec{u}_z \quad \text{et} \quad \langle \vec{p} \rangle = \frac{E_0^2}{2\mu_0 \cdot c} \cdot \vec{u}_z$$



Exercice 5

Comparons les éclairagements lumineux à l'aide du vecteur de Poynting moyen produit par différentes sources ponctuelles.

1. Cas d'une ampoule à incandescence

Considérons une consommation électrique P_{elec} de 100 W et un rendement $\eta = P_{lum}/P_{elec}$ faible de l'ordre de 5%. Seulement quelques pourcents de l'énergie électrique consommée sont transformées en photons (P_{lum}) dans le domaine du visible.

Dans un premier, estimez la puissance lumineuse P_{lum} puis calculez l'éclairement obtenu à une distance d de 1 m. Nous ferons l'hypothèse que la source émet son énergie de façon isotrope c'est-à-dire qu'elle rayonne une puissance totale de façon identique dans toutes les directions.

2. Cas d'une source laser

Les laser les plus courants émettent une puissance lumineuse de l'ordre de $P_{laser} = 1 \text{ mW}$ pour une section droite de faisceau $S = 1 \text{ mm}^2$. Quel est l'ordre de grandeur de l'éclairement moyen dans le faisceau ?

3. Cas de l'éclairement solaire

La puissance lumineuse P du Soleil est de $3,846 \cdot 10^{26} \text{ W}$. La distance Terre-Soleil est de $1,496 \cdot 10^{11} \text{ m}$ soit environ 150 millions de kilomètres. Calculez l'ordre de grandeur de l'éclairement solaire moyen à la surface de la Terre.

IV. Polarisation des ondes électromagnétiques

Les notions d'électromagnétisme introduites dans le précédent chapitre nous permettent d'aborder la polarisation des ondes. Ce phénomène est couramment utilisé dans la vie quotidienne. Nous verrons comment caractériser les différents états de polarisation telles que la polarisation elliptique, circulaire ou linéaire.

1 NOTION DE POLARISATION

L'orientation des vecteurs champs électrique et magnétique définit l'état de la polarisation de l'onde.

Définition de la polarisation

Par la suite, on considèrera les ondes électromagnétiques comme étant localement planes et on supposera que l'onde est monochromatique. La vibration d'un champ électromagnétique et sa propagation peuvent se présenter sous deux formes.

▪ Vibration non polarisée

Il n'y a pas de direction privilégiée de vibration de \vec{E} et \vec{H} dans le plan d'onde. Le champ \vec{E} décrit une courbe aléatoire en se propageant. C'est le cas par exemple de la lumière dite « naturelle ».

▪ Vibration polarisée

A tout instant, il y a une direction identifiable de vibration \vec{E} et \vec{H} . Distinguons les deux cas suivants :

- La direction de vibration (de la polarisation) est unique et reste fixe dans le plan d'onde. On dit que l'onde est **polarisée rectilignement**.
- La direction de polarisation évolue au cours du temps dans le plan d'onde. On est en présence d'une **polarisation rotatoire** (elliptique ou circulaire).

Avant de décrire ces différents états de la polarisation, nous devons introduire une convention d'orientation. Nous adoptons celle décrite sur la figure suivante.

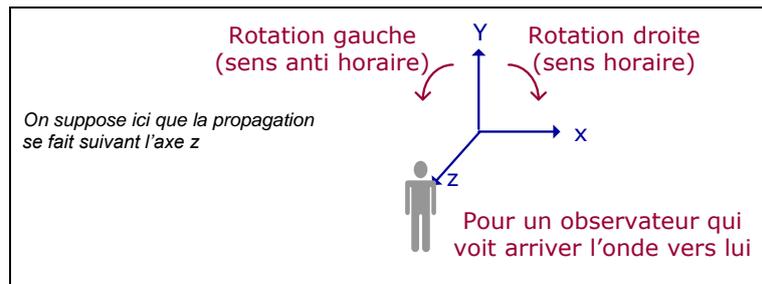


Figure 13 – Convention d'orientation choisie pour la polarisation rotatoire.

2 POLARISATION ELLIPTIQUE

Cet état de polarisation est généralement celui d'une onde plane monochromatique. Le champ électrique d'une onde électromagnétique plane monochromatique se propageant suivant la direction $[Oz]$ avec $z > 0$ s'écrit :

$$\vec{E} = \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_{x_0} \cdot \cos(\omega \cdot t - k \cdot z) \\ E_{y_0} \cdot \cos(\omega \cdot t - k \cdot z - \varphi) \\ 0 \end{pmatrix} \text{ avec } \omega = 2\pi \cdot F \text{ et } k = 2\pi / \lambda$$

On cherche à déterminer quelle courbe décrit l'extrémité du champ \vec{E} dans un plan d'onde donné ($z = Cte$) au cours du temps. On rappelle que le plan d'onde est perpendiculaire à la direction de propagation.



Exercice 6

En vous aidant des fiches de rappel sur les ellipses et des formules trigonométriques, montrez que l'extrémité du champ \vec{E} a ses coordonnées E_x et E_y qui vérifient l'équation suivante :

$$\left(\frac{E_x}{E_{x_0}} \right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_{y_0}} \right)^2 - 2 \cdot \frac{E_x \cdot E_y}{E_{x_0} \cdot E_{y_0}} \cdot \cos \varphi = \sin^2 \varphi$$

De cette démonstration, on en conclut qu'en un point donné appartenant à un plan d'onde ($z = Cte$), l'extrémité du champ \vec{E} décrit une **ellipse** au cours du temps.

Fixons $z = 0$ et calculons le champ électrique en un point M de ce plan d'onde soit $M(x_M, y_M, 0)$. En $t = 0$, nous avons :

$$\vec{E} = \begin{pmatrix} E_{x_M} \\ E_{y_M} \\ E_{z_M} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_{x_0} \\ E_{y_0} \cdot \cos \varphi \\ 0 \end{pmatrix}$$

Lorsque $t = T/4$, nous obtenons $\vec{E} = \begin{pmatrix} E_{x_M} \\ E_{y_M} \\ E_{z_M} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ E_{y_0} \cdot \sin\varphi \\ 0 \end{pmatrix}$, et ainsi de suite...

Quand on relie entre elles les extrémités de \vec{E} observées à différents instants (*i.e.* au cours du temps), on voit que la courbe décrit bien une ellipse (voir Figure 14a).

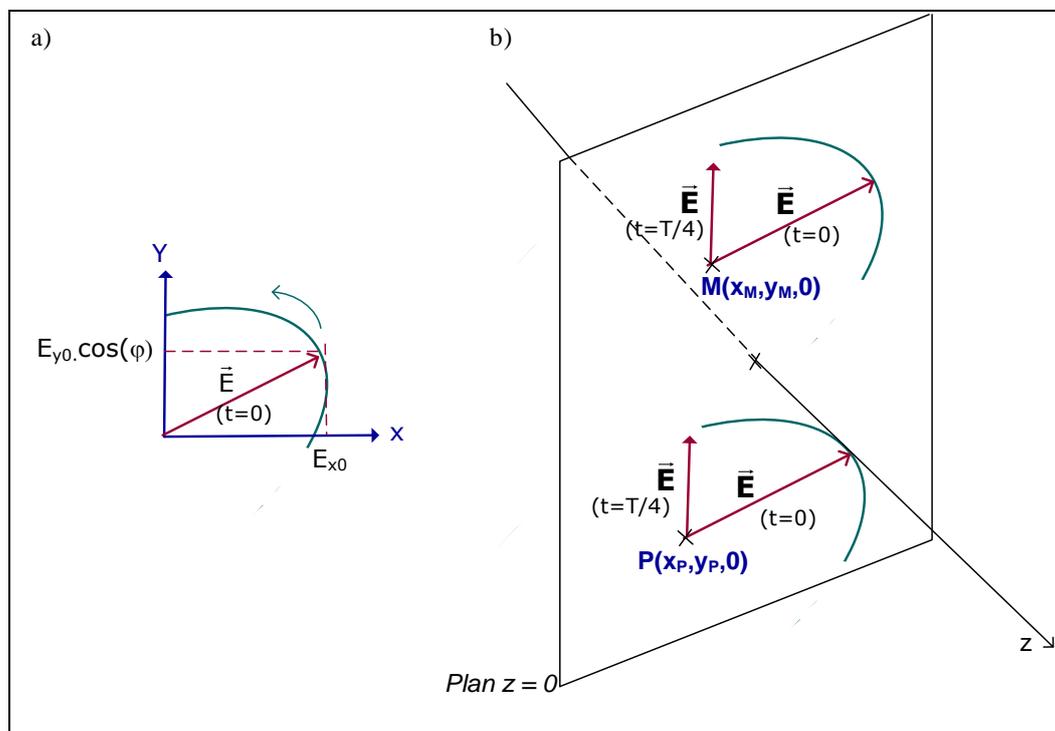


Figure 14 – a) Polarisation en $z = 0$ et b) polarisation elliptique d'une onde plane.

L'onde étant plane, tous les points du plan $z = 0$ vibrent en phase (voir Figure 14b). Le champ \vec{E} , pour le même instant t , est le même pour chaque point du plan d'onde (ce qui est cohérent avec le fait que les coordonnées du champ électrique ne dépendent pas des coordonnées x et y du point considéré). On place un observateur suivant l'axe $[Oz]$ et on considère une onde arrivant vers lui. S'il observe dans la direction du point M , il voit donc une ellipse. Il est nécessaire de préciser si la polarisation est **elliptique gauche** ou **elliptique droite**.

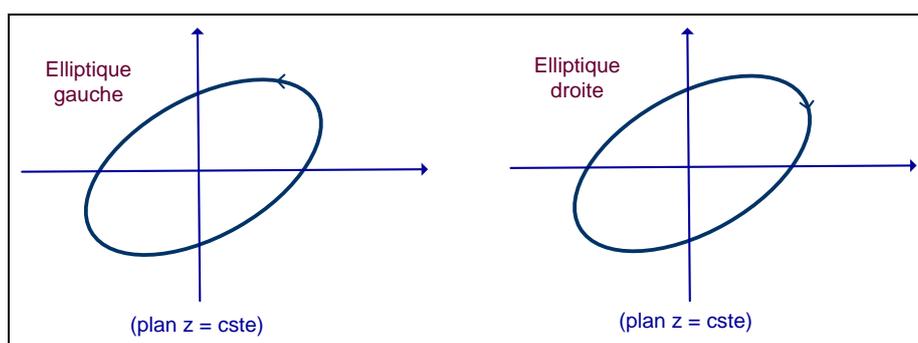


Figure 15 – Polarisation elliptique gauche ou droite.

On notera que si le temps est fixé ($t = cte$) et comme E_x et E_y sont fonction de la direction de propagation (ici z) alors, lorsqu'on se déplace suivant une direction parallèle à celle de la propagation, l'extrémité de \vec{E} décrit également une ellipse.

Si on trace l'allure du champ électrique dans le cas de la polarisation elliptique, on obtient une ellipse se propageant dans l'espace comme celle représentée sur la figure suivante.

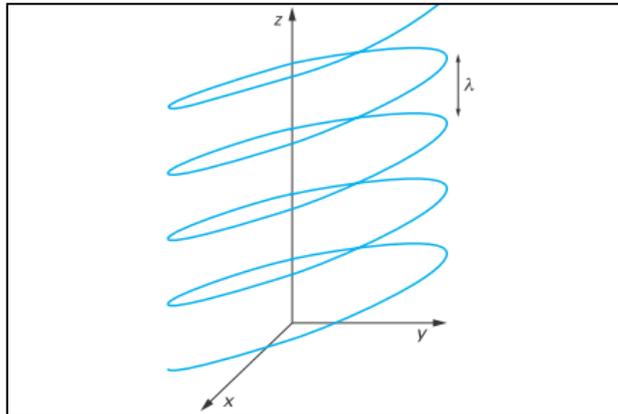


Figure 16 – Evolution du champ électrique en polarisation elliptique.

Le champ magnétique se comporte de la même façon que le champ électrique (même polarisation). Il est perpendiculaire à \vec{E} et à la direction de propagation. En étudiant l'évolution de \vec{E} , on en déduit celui de \vec{H} . Dans le cas où φ n'est pas une constante mais évolue lentement au cours du temps, on a une onde partiellement polarisée. C'est le cas par exemple de la superposition de lumière naturelle (onde non polarisée) et d'une lumière totalement polarisée. Les ondes électromagnétiques non polarisées correspondent à la situation où φ varie de façon aléatoire (l'extrémité de \vec{E} a une trajectoire aléatoire). C'est le cas de la lumière émise par le Soleil ou les lampes à incandescence.

3 POLARISATION CIRCULAIRE

Si le champ électrique tourne dans son plan de polarisation (Ox, Oy) en conservant la même amplitude, on est dans le cas d'une polarisation circulaire.

Définition de la polarisation circulaire

L'extrémité de \vec{E} décrit donc un cercle en se propageant. Le champ \vec{E} a ses coordonnées E_x et E_y qui vérifient l'équation d'un cercle :

$$\left(\frac{E_x}{E_{x_0}}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_{y_0}}\right)^2 = 1 \quad \text{avec} \quad E_{x_0} = E_{y_0} = E_0$$

Comme pour la polarisation elliptique, il faut préciser s'il s'agit d'une polarisation circulaire droite ou gauche.

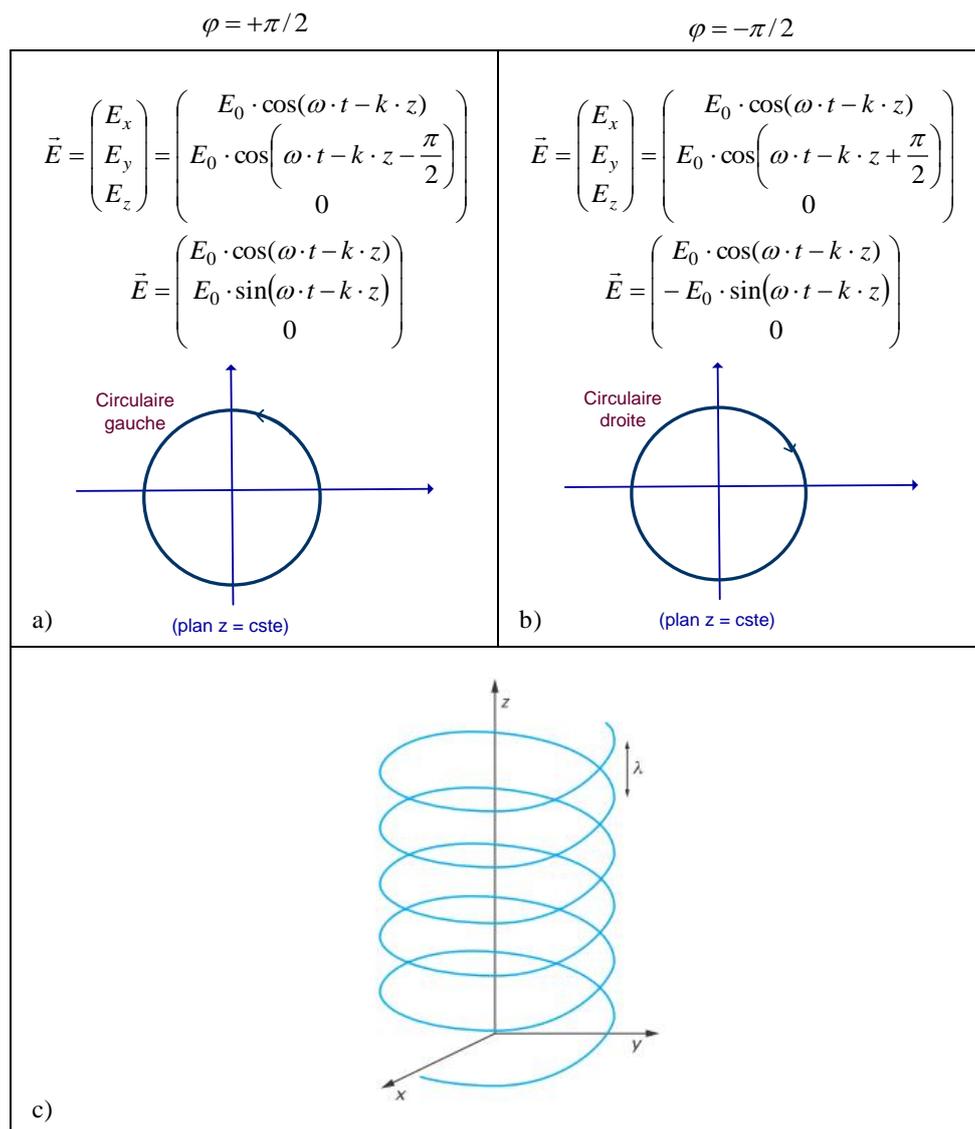


Figure 17 – Polarisation circulaire a) droite ou b) gauche et c) évolution du champ électrique en polarisation circulaire.

On notera que les antennes capables de générer un champ circulaire sont utilisées en radar et en télécommunication spatiale. En optique, on utilise cette caractéristique dans certains lidars pour mesurer par exemple la vitesse de déplacement d'un objet.

4 POLARISATION RECTILIGNE OU LINEAIRE

Si le champ électrique garde une direction fixe dans le plan d'onde (Ox,Oy) au cours du temps, on est en présence d'une polarisation rectiligne. Le champ \vec{E} reste parallèle à une même direction quels que soient l'instant et le lieu.

Définition de la polarisation rectiligne ou linéaire

Le champ \vec{E} a ses coordonnées E_x et E_y qui sont reliées par une relation linéaire (droite). Si \vec{E}_0 est une constante vectorielle, le champ \vec{E} s'écrira sous la forme suivante :

$$\vec{E}(z,t) = \vec{E}_0 \cdot \cos(\omega \cdot t - k \cdot z)$$

La Figure 18 représente \vec{E}_0 à l'instant t et dans le plan $z = z_0$. On retiendra que la direction de $\vec{E}(z,t)$ est inchangée quel que soit t et quel que soit z . L'angle noté α est donc constant. Il n'y a que la norme du vecteur \vec{E} qui change et qui dépende à la fois de z et de t .

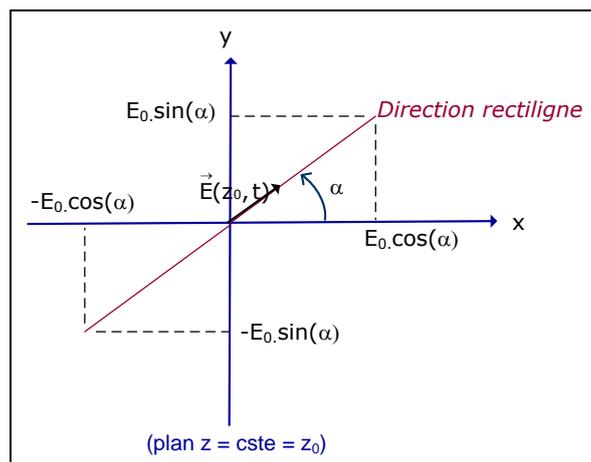


Figure 18 – Tracé de $\vec{E}_0(t, z_0)$.

Le champ électrique s'exprime en fonction de l'angle α tel que :

$$\vec{E} = \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_0 \cdot \cos(\alpha) \cdot \cos(\omega \cdot t - k \cdot z + \varphi_0) \\ E_0 \cdot \sin(\alpha) \cdot \cos(\omega \cdot t - k \cdot z + \varphi_0) \\ 0 \end{pmatrix}$$

Considérons un observateur placé suivant l'axe $[Oz]$ avec une onde qui arrive vers lui. Quand il observe dans la direction du point M , il voit une droite (direction rectiligne en rouge sur la Figure 18). Le champ électrique oscille avec une direction rectiligne telle que celle représentée sur la Figure 19.

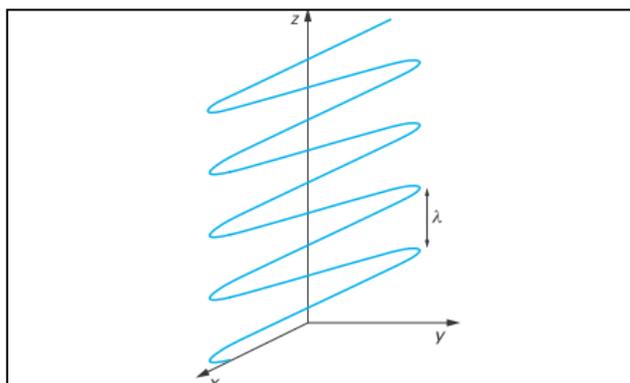


Figure 19 – Evolution du champ électrique en polarisation rectiligne.

Traçons sur la Figure 20 l'allure du champ électromagnétique dans le cas d'une onde polarisée **verticalement** à un instant $t = t_0$ (\vec{E} suivant l'axe vertical).

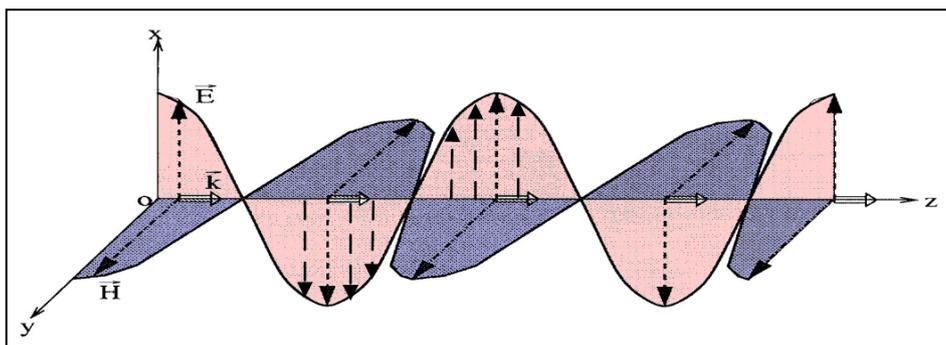


Figure 20 – Représentation du champ en polarisation linéaire verticale.

On en déduit que :

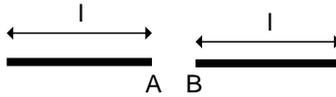
$$\vec{E} = \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_{x_0} \cdot \cos(\omega \cdot t - k \cdot z) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ et } \vec{H} = \begin{pmatrix} H_x \\ H_y \\ H_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ H_{y_0} \cdot \cos(\omega \cdot t - k \cdot z) \\ 0 \end{pmatrix}$$

Si le champ électrique est maintenant suivant l'axe y (c'est-à-dire horizontal dans le repère défini précédemment), on parle de polarisation **horizontale**. Le champ magnétique est perpendiculaire à \vec{E} , donc suivant l'axe x .

Remarque

On notera que la polarisation rectiligne est le cas de la majorité des antennes à éléments rayonnants linéaires, notamment les antennes à dipôles rayonnants qui sont utilisées en ondes métriques (ondes VHF allant de 30 à 300 MHz) et décimétriques (ondes UHF allant de 300 MHz à 3 GHz). Les applications sont nombreuses en radiodiffusion FM ou pour des antennes Yagi en réception TV.

Un dipôle rayonnant est constitué par deux tiges cylindriques de même diamètre et ayant chacune une longueur l . Ils sont reliés à leur ligne (câble) par les points A et B . On utilise surtout des dipôles demi-onde soit $2 \cdot l = \lambda/2$ et onde entière soit $2 \cdot l = \lambda$.



V. Exemples de polarisation des ondes lumineuses

Dans ce chapitre, nous allons commencer par présenter quelques moyens pour polariser la lumière. Ensuite, nous aborderons des applications concrètes de polarisation des ondes lumineuses.

1 POLARISATION PAR ABSORPTION, APPLICATION AUX FILTRES DICHROÏQUES

Le **dichroïsme** est la manifestation de la sensibilité d'un matériau à la polarisation de la lumière. Les cristaux dichroïques ont la propriété d'absorber sélectivement certaines composantes du champ électrique de l'onde lumineuse.

▪ Films polarisants ou *Polaroid*

Ces films sont constitués d'éléments dichroïques en suspension dans une matière plastique transparente. Ces cristaux sont alignés par étirage lors de la fabrication de la lame. C'est cet alignement qui fait que la feuille est dichroïque : elle tend à absorber la lumière qui est polarisée parallèlement à la direction de l'alignement (d'étirement) des cristaux, mais elle transmet la lumière qui est polarisée perpendiculairement à elle.



Sur la Figure 21, le champ \vec{E} a une direction quelconque. Il peut être décomposé en une composante parallèle à la direction d'étirement et une composante perpendiculaire à cette direction. L'onde émergente est donc polarisée **rectilignement** de direction **perpendiculaire à la direction d'étirement**. On note ici \vec{u}_p le vecteur indiquant la direction privilégiée du polariseur. Donc, on a : $\vec{u}_p \perp \vec{u}$.

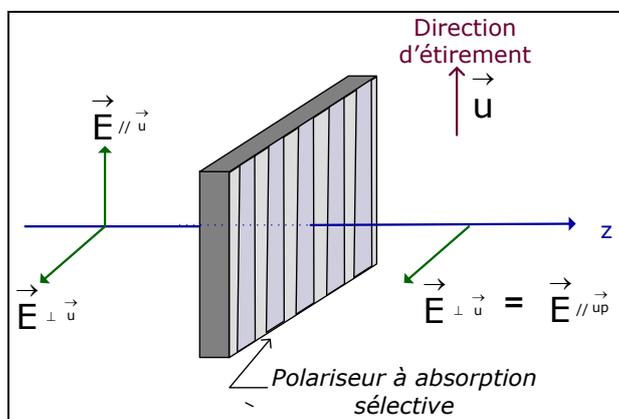


Figure 21 – Passage d'une onde électromagnétique à travers un filtre dichroïque.

L'éclairement obtenu après le polariseur est moindre. Dans le cas de la lumière naturelle (non polarisée), les directions x et y sont équivalentes et produisent indépendamment les mêmes éclaircissements. En sortie d'un polariseur idéal, l'éclairement non polarisé initial serait diminué de moitié. Une seule composante du champ est transmise.

Définitions

2 POLARISATION PAR REFLEXION SUR UNE SURFACE PLANE

Considérons une onde plane lumineuse arrivant avec un angle d'incidence θ_i quelconque sur une interface air-verre. Pour comprendre les effets de polarisation au niveau de l'interface, il faut représenter les composantes $\vec{E}_{//}$ et \vec{E}_{\perp} du champ électrique (voir Figure 22) et tenir compte des **coefficients de Fresnel** en réflexion r et en transmission t des ondes. On rappelle que les coefficients de Fresnel lient les amplitudes des ondes réfléchies ou transmises à l'amplitude de l'onde incidente.

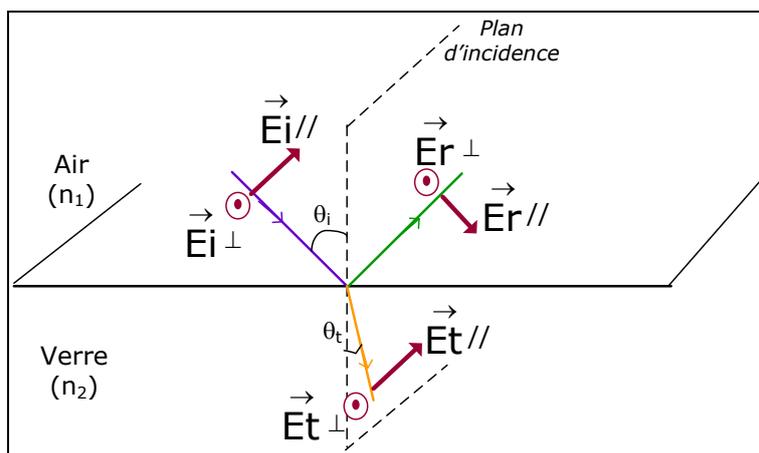


Figure 22 – Composantes parallèles et perpendiculaires au plan d'incidence.

- Si l'onde incidente est polarisée linéairement dans le **plan perpendiculaire** au plan d'incidence, alors :

Le coefficient r_{\perp} ne s'annule que si les deux milieux sont identiques *i.e.* $n_i = n_t$. Une onde polarisée perpendiculairement au plan d'incidence subit une réflexion dès qu'elle passe dans un milieu optique différent.

- Si l'onde incidente est polarisée linéairement dans le **plan parallèle** au plan d'incidence, alors :



L'angle d'incidence noté θ_b pour lequel $r_{//}$ est nul correspond à l'**angle de Brewster**. Si l'onde incidente polarisée linéairement dans le plan parallèle au plan d'incidence arrive sur le diélectrique avec une incidence θ_b alors, cette onde n'est pas réfléchie.

Lorsqu'une onde non polarisée et se propageant dans l'air arrive sur un diélectrique ($n_t > n_i$) à l'incidence $\theta_i = \theta_b$ (angle de Brewster), l'onde réfléchie est polarisée linéairement dans la direction perpendiculaire au plan d'incidence *i.e.* $\vec{E}_{//,r} = \vec{0}$.



Exercice 7

1. Exprimez les coefficients r_{\perp} et t_{\perp} en fonction uniquement des angles θ_i et θ_t .
2. Exprimez le coefficient $r_{//}$ en fonction uniquement des angles θ_i et θ_t .
3. Montrez qu'il existe un angle d'incidence pour lequel $r_{//}$ est nul. Cet angle est appelé angle de Brewster.
4. Montrez en utilisant les lois de Snell-Descartes que : $\tan \theta_b = n_t / n_i$.
5. Si $n_t = n_{\text{verre}} = 1,5$ et $n_i = n_{\text{air}} = 1,0$ calculer l'angle de Brewster en radian puis en degrés.

3 QUELQUES APPLICATIONS DES PROPRIETES DE POLARISATION

On a tous observé le phénomène de reflet produit par une vitre. Si on observe maintenant cette réflexion au travers de lunettes polarisées et que l'on fait pivoter les lunettes, on observe que pour une orientation donnée, la lumière réfléchie paraît atténuée (il y a moins de reflet).

Ce procédé est utilisé pour réaliser une photo d'un objet placé derrière une vitrine. Sans polariseur, on ne voit rien dans la vitrine en raison des reflets. En plaçant un polariseur devant l'objectif de l'appareil, l'image réfléchie est atténuée. En photographie, le polariseur améliore le contraste (en éliminant un maximum de reflets lorsqu'on prend des photos sur des surfaces planes comme l'eau ou la neige).



Figure 23 – Exemple de photographies prises avec et sans polariseur.

Considérons l'observation à travers un filtre polarisant d'une onde obtenue par réflexion sur un prisme de verre de faisceaux approximativement parallèles (voir Figure 24). On tourne le filtre jusqu'à obtenir un minimum d'éclairement. Ce minimum est obtenu lorsque la direction privilégiée \vec{u}_p (direction caractéristique ou de polarisation) du filtre est parallèle au plan d'incidence. Il n'y a donc que la composante $\vec{E}_{//,r}$ qui se retrouve après le passage du filtre.

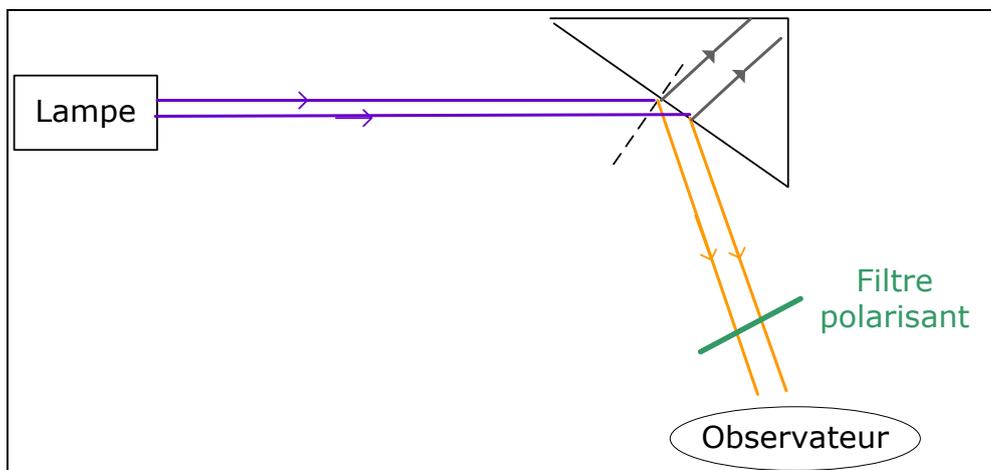


Figure 24 – Illustration de l'expérience.

L'intensité transmise par l'analyseur (intensité de $\vec{E}_{//,r}$) est presque nulle si l'angle d'incidence est voisin de l'angle de Brewster pour une interface air-verre *i.e.* 60° . Le minimum est moins prononcé si cet angle d'incidence s'écarte sensiblement de cette valeur.

Pour obtenir un minimum d'intensité lumineuse de l'onde réfléchie, il faut que la direction privilégiée du polariseur soit dans le plan d'incidence.

Autre application de la polarisation, les lunettes de soleil développées à l'origine pour les excursions sur les glaciers. Pour minimiser l'intensité réfléchie par la surface du glacier, ces lunettes sont polarisées verticalement (direction privilégiée, voir Figure 25). La polarisation des lunettes étant verticale, il y a élimination de la polarisation $\vec{E}_{\perp,r}$ qui correspond à la composante subissant toujours une réflexion. La composante $\vec{E}_{//,r}$ est assez faible pour de nombreuses incidences proches de l'angle de Brewster (d'où la forte atténuation du signal).

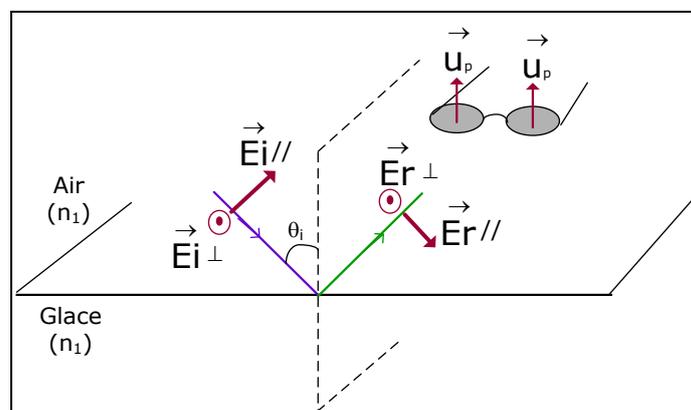


Figure 25 – Utilisation de lunettes polarisées.

VI. Diffraction

L'optique ondulatoire permet d'expliquer certains phénomènes que l'on ne pouvait pas décrire avec l'optique géométrique. Après avoir introduit les généralités sur la diffraction, nous introduirons le principe d'Huygens-Fresnel et les approximations de Fresnel et de Fraunhofer. Les dernières parties illustrent la théorie avec des applications concrètes telles que la diffraction par un diaphragme ou un réseau et la mesure d'une longueur d'onde.

1 GENERALITES SUR LA DIFFRACTION

On désigne sous le vocable général de **diffraction** le phénomène que l'on peut observer chaque fois que la surface d'onde d'une onde de nature quelconque (électromagnétique, acoustique, mécanique...) rencontre un obstacle. Dans le cas de l'optique, on trouvera de la lumière en dehors des régions prévues par les lois de l'optique géométrique qui impose à la lumière de se propager en ligne droite dans les milieux isotropes.

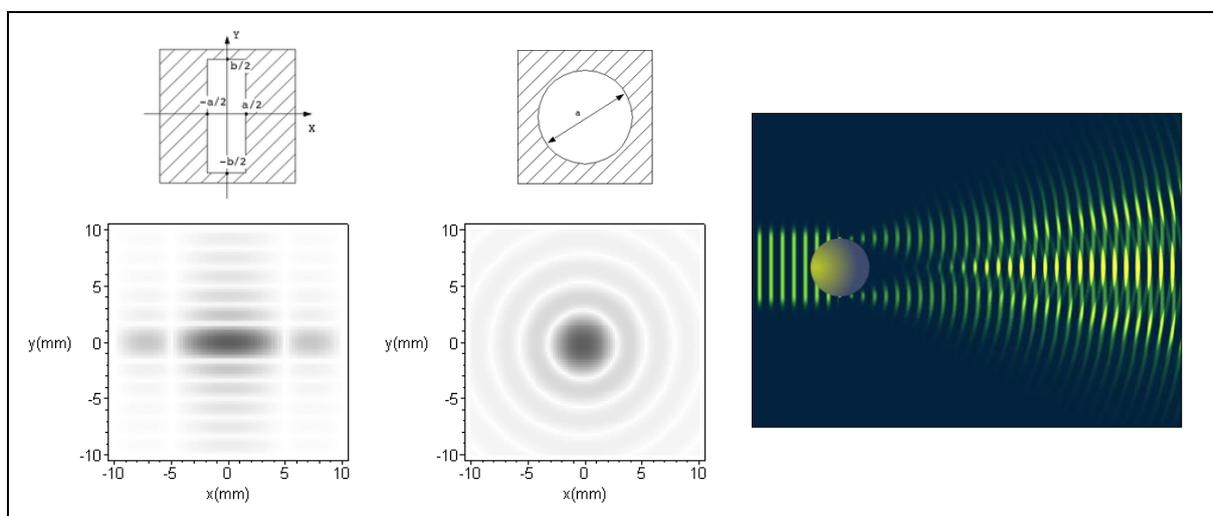


Figure 26 – Exemples de diffraction de la lumière pour une ouverture rectangulaire, une ouverture circulaire et une bille .

2 PRINCIPE D'HUYGENS-FRESNEL

▪ Enoncé du principe d'Huygens-Fresnel

Considérons une surface quelconque notée (Σ) , un point source S et un point d'observation P (voir Figure 27).

L'énoncé du principe se fait alors selon deux contributions : celle de Huygens et celle de Fresnel.

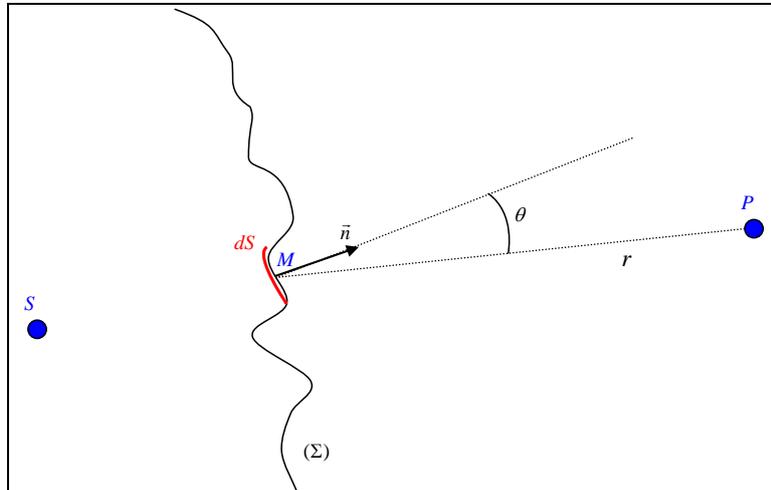


Figure 27 – Schéma relatif à l'énoncé du principe d'Huygens-Fresnel.



Contribution de Huygens



Contribution de Fresnel

▪ Expression mathématique

Soit $\underline{\psi}_0(M)$ l'amplitude complexe de l'onde incidente en tout point M de la surface (Σ) . L'expression $\exp(i \cdot k \cdot r)/r$ représente l'onde sphérique issue de ce point. Au point P , l'observateur percevra l'onde suivante :

3 APPROXIMATION DE FRESNEL

En optique et électromagnétisme, la **diffraction de Fresnel**, encore nommée **diffraction en champ proche** ou **approximation de Fresnel**, est une description en champ proche du phénomène physique de diffraction qui apparaît lorsqu'une onde diffracte à travers une ouverture ou autour d'un objet. Elle s'oppose à la diffraction de Fraunhofer que nous verrons plus loin et qui décrit le même phénomène de diffraction mais en champ lointain. La diffraction de Fresnel doit prendre en compte la courbure du front d'onde, afin de rendre correctement le terme de phase des ondes interférentes en champ proche (voir principe de Huygens).

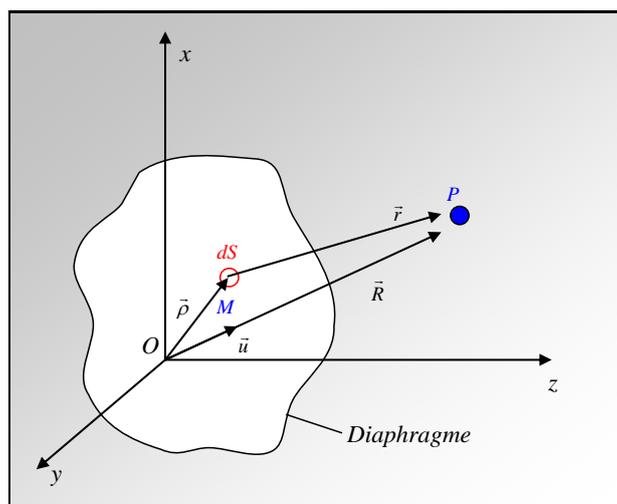


Figure 28 – Schéma relatif à l'approximation de Fresnel.

Considérons la Figure 28 et les notations vectorielles suivantes : $\vec{\rho} = \overrightarrow{OM}$, $\vec{r} = \overrightarrow{MP}$, $\vec{R} = \overrightarrow{OP}$ et $\vec{\rho} + \vec{r} = \vec{R}$. La première étape consiste à calculer la norme du vecteur \vec{r} .

$$\vec{\rho} + \vec{r} = \vec{R} \quad \text{donc} \quad \vec{r} = \vec{R} - \vec{\rho}$$

$$\vec{r}^2 = \vec{r} \cdot \vec{r} = (\vec{R} - \vec{\rho}) \cdot (\vec{R} - \vec{\rho})$$

$$\vec{r}^2 = \vec{R}\vec{R} - \vec{R}\vec{\rho} - \vec{R}\vec{\rho} + \vec{\rho}\vec{\rho}$$

$$\vec{r}^2 = R^2 + \rho^2 - 2 \cdot \vec{R} \cdot \vec{\rho}$$

$$\text{Soit} \quad r = \sqrt{R^2 + \rho^2 - 2 \cdot \vec{R} \cdot \vec{\rho}}$$

Par la suite, nous nous placerons toujours dans la condition suivante où :

$$R \gg \rho$$

On peut également écrire que :

$$r = R \cdot \sqrt{1 + \frac{\rho^2 - 2 \cdot \vec{R} \cdot \vec{\rho}}{R^2}} = R \cdot \sqrt{1 + \varepsilon} \quad \text{avec} \quad \varepsilon = \frac{\rho^2 - 2 \cdot \vec{R} \cdot \vec{\rho}}{R^2}$$

Le développement limité (DL) de cette expression s'écrit :

$$\text{DL} : r \approx R \cdot \left(1 + \frac{\varepsilon}{2} + O(\varepsilon) \right) = R \cdot \left(1 + \frac{\rho^2}{2 \cdot R^2} - \frac{\vec{R} \cdot \vec{\rho}}{R^2} \right)$$

Cette nouvelle expression de r est reportée dans l'intégrand de l'intégrale représentant $\underline{\psi}(M)$. La fonction $1/r$ peut être remplacée par la constante $1/R$. Cette fonction variant très lentement avec r , on peut négliger la variation de ε sur sa valeur (voir Figure 29a).

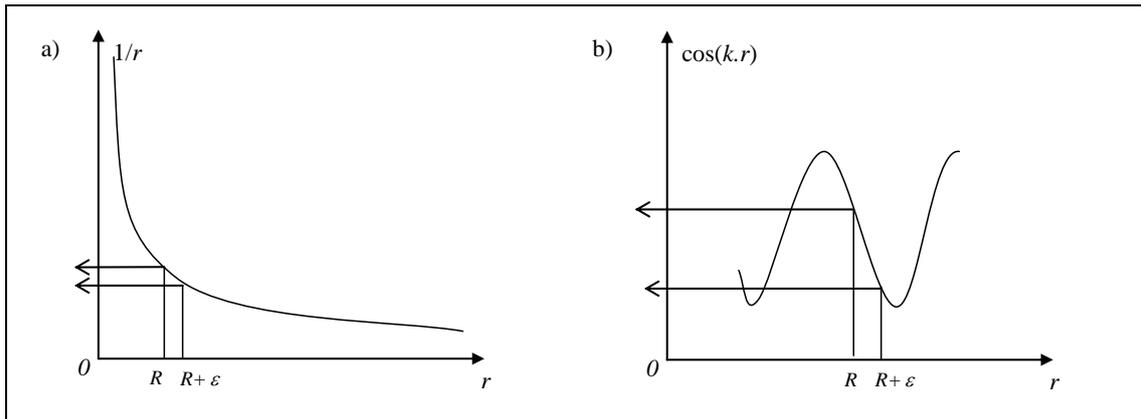


Figure 29 – a) Allure de la variation de la fonction $1/r$ et b) d'une fonction oscillante

En revanche, la fonction exponentielle est une fonction oscillante dont la variation de ε n'est pas forcément négligeable (voir Figure 29b). On écrira donc :

$$\underline{\psi}(P) = \int_{\text{Diaphragme}} \frac{\underline{\psi}_0(M) \cdot \exp\left(i \cdot k \cdot \left(R + \frac{\rho^2}{2R} - \frac{\vec{R} \cdot \vec{\rho}}{R}\right)\right)}{R} \cdot dS$$

Soit :

$$\underline{\psi}(P) = \frac{\exp i \cdot k \cdot R}{R} \cdot \int_{\text{Diaphragme}} \underline{\psi}_0(M) \cdot \exp\left(i \cdot k \cdot \left(\frac{\rho^2}{2R} - \frac{\vec{R} \cdot \vec{\rho}}{R}\right)\right) \cdot dS$$

Remarque

Seule l'intensité lumineuse est accessible à l'expérience. Cette intensité est déduite de l'amplitude complexe de l'onde $\underline{\psi}$ par la relation :

$$I(P) = \underline{\psi}(P) \cdot \underline{\psi}^*(P)$$

La quantité $\exp(i \cdot k \cdot R)/R$ va disparaître lors du calcul de l'intensité. Nous l'omettrons dans la suite de nos calculs.

L'intégrale qui représente l'expression de l'amplitude complexe de l'onde diffractée dans le cadre de l'approximation de Fresnel s'écrit :

$$\underline{\psi}(P) \propto \int_{\text{Diaphragme}} \underline{\psi}_0(M) \cdot \exp\left(-i \cdot k \cdot \left(\frac{\vec{R} \cdot \vec{\rho}}{R}\right)\right) \cdot dS$$

Elle rend compte des phénomènes de diffraction au voisinage de l'onde géométrique.

4 APPROXIMATION DE FRAUNHOFER

Lorsque la distance augmente, c'est-à-dire lorsqu'on se place en champ lointain, le rayon de courbure des ondes sortantes diffractées devient très grand, si bien que ces ondes peuvent être approximées par des ondes planes selon la direction du plan image : c'est la **diffraction à l'infini** ou **approximation de Fraunhofer**.

▪ Expression générale

Dans l'approximation de Fraunhofer, l'approximation se fait à l'infini ou bien de façon plus pratique dans le plan focal d'une lentille. On considère donc que $R = \infty$ et que $\underline{\psi}(P)$ est proportionnel à :

$$\underline{\psi}(P) \propto \int_{\text{Diaphragme}} \underline{\psi}_0(M) \cdot \exp\left(-i \cdot k \cdot \left(\frac{\vec{R} \cdot \vec{\rho}}{R}\right)\right) \cdot dS$$

Or, on sait que : $\vec{u} = \vec{R}/R$ et que par définition : $k \cdot \vec{u} = \vec{k}$ avec $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

Donc :

$$\underline{\psi}(P) \propto \int_{\text{Diaphragme}} \underline{\psi}_0(M) \cdot \exp i \cdot (\vec{k}_0 \cdot \vec{OM} - \vec{k} \cdot \vec{\rho}) \cdot dS$$

▪ Diffraction à l'infini d'une onde incidente plane

Soit $\underline{\psi}_0(M) = \psi_0 \cdot \exp i \cdot \vec{k}_0 \cdot \vec{OM}$ l'amplitude complexe d'une onde plane de vecteur d'onde k_0 en tout point M de la surface (Σ). Au point d'observation P , on aura :

$$\underline{\psi}(P) \propto \int_{\text{Diaphragme}} \psi_0 \cdot \exp i \cdot (\vec{k}_0 \cdot \vec{OM} - \vec{k} \cdot \vec{\rho}) \cdot dS$$

Or $\vec{\rho} = \vec{OM}$, donc :

$$\underline{\psi}(P) \propto \int_{\text{Diaphragme}} \psi_0 \cdot \exp i \cdot (\vec{k}_0 - \vec{k}) \cdot \vec{OM} \cdot dS$$

▪ **Cas où l'ouverture diffractante présente une transmittance complexe**

Soit un diaphragme D percé d'un trou. Soit $\underline{\psi}_e(M)$ l'amplitude complexe de l'onde en tout point M . Si le diaphragme est seulement percé d'un trou, à la sortie du diaphragme, l'amplitude complexe de l'onde incidente n'est pas modifiée.

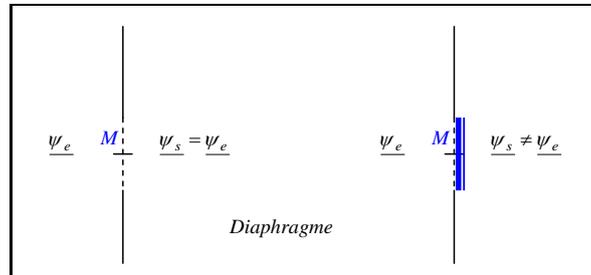


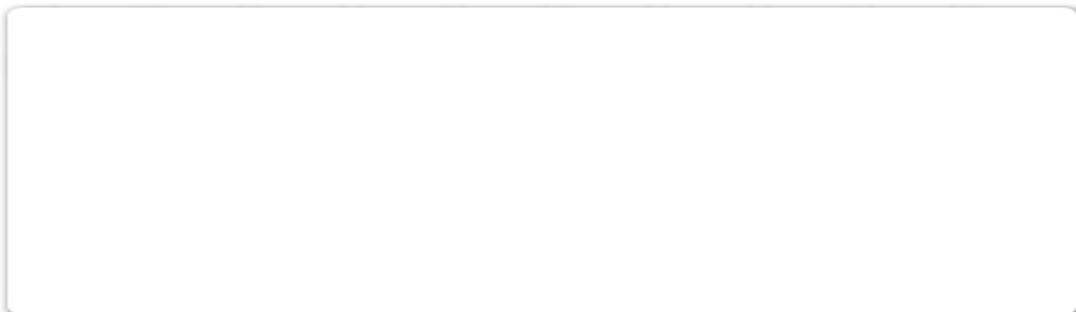
Figure 30 – Présence d'une transmittance complexe (exemple du verre).

Il se peut que l'ouverture ne soit pas un simple trou et qu'elle modifie l'amplitude et la phase de l'onde $\underline{\psi}_e(M)$. Dans le plan de sortie, on écrira donc :

$$\underline{\psi}_s(M) = \underline{\psi}_e(M) \cdot \underline{T}(M)$$

avec $\underline{T}(M)$ la fonction qui représente la transmittance de l'ouverture. Elle vaut **1** si l'ouverture est un trou.

Si on considère que $\underline{\psi}_e(M) = \psi_0 \cdot \exp i \cdot k_0 \cdot \overrightarrow{OM}$ alors $\underline{\psi}_s(M) = \underline{\psi}_0(M) = \psi_0 \cdot \underline{T}(M) \cdot \exp i \cdot \vec{k}_0 \cdot \overrightarrow{OM}$.



5 OBSERVATION PRATIQUE DE LA DIFFRACTION DE FRAUNHOFER

On rappelle que la diffraction de Fraunhofer et les formules décrites précédemment ne sont valables que si et seulement si :

- l'ouverture diffractante est plane,
- l'onde incidente est plane,
- l'observation se fait à l'infini.

Considérons la Figure 31. L'onde plane incidente de vecteur d'onde \vec{k}_0 est obtenue en disposant une source ponctuelle S_0 dans le plan focal objet d'une lentille L_1 . La norme du vecteur \vec{k}_0 est égale à $2\pi/\lambda$. Ce vecteur est parallèle à la direction S_0O_1 soit :

$$\vec{k}_0 = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{\vec{S_0O_1}}{\|\vec{S_0O_1}\|}$$

L'observation de la figure de diffraction se fait dans le plan focal d'une deuxième lentille L_2 . Un point P de ce plan correspond à l'onde plane diffractée dans la direction du vecteur :

$$\vec{k} = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{\vec{O_2P}}{\|\vec{O_2P}\|}$$

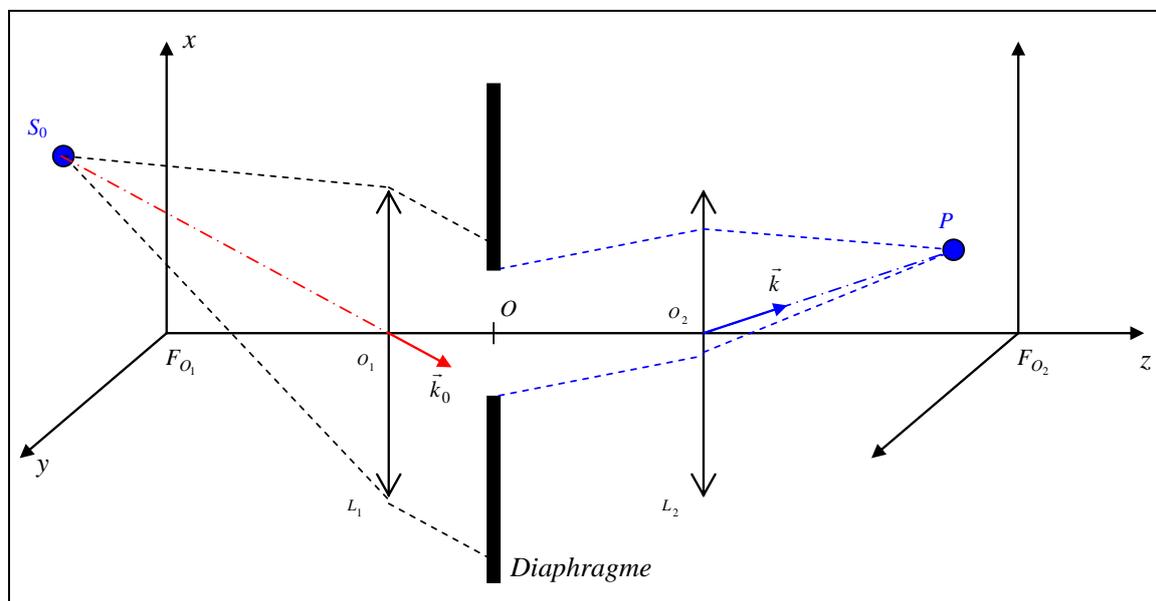


Figure 31 – Observation de la diffraction de Fraunhofer.

6 DIFFRACTION PAR UNE OUVERTURE RECTANGULAIRE

Dans cette partie, nous établissons l'expression de l'intensité diffractée par une ouverture rectangulaire.

On choisit de représenter le vecteur \vec{k}_0 à partir des composantes $(\alpha_0, \beta_0, \gamma_0)$ du vecteur unitaire $\frac{\vec{S}_0 O_1}{\|\vec{S}_0 O_1\|}$,

soit :

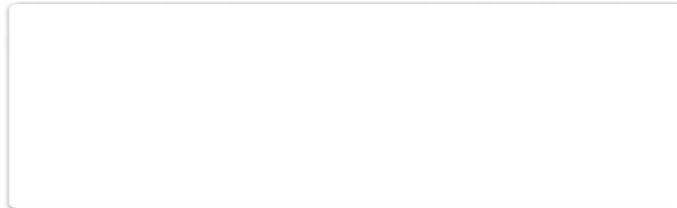
$$\vec{k}_0 = \frac{2\pi}{\lambda} \begin{pmatrix} \alpha_0 \\ \beta_0 \\ \gamma_0 \end{pmatrix}$$

Pour le vecteur \vec{k} , on aura également :

$$\vec{k} = \frac{2\pi}{\lambda} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}$$

On en déduit que : $\vec{k}_0 - \vec{k} = \frac{2\pi}{\lambda} \begin{pmatrix} \alpha_0 - \alpha \\ \beta_0 - \beta \\ \gamma_0 - \gamma \end{pmatrix}$

Si on pose $u = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot (\alpha_0 - \alpha)$, $v = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot (\beta_0 - \beta)$ et $\vec{OM} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z = 0 \end{pmatrix}$ alors :



Nous nous intéressons à une ouverture rectangulaire. La transmittance est égale à 1 ou à 0 en fonction des coordonnées du point M considéré. A partir des notations de la figure suivante, on obtient :

$$\underline{\psi}(P) \propto \psi_0 \cdot \left[\int_{-a/2}^{a/2} \exp(i \cdot u \cdot x) \cdot dx \cdot \int_{-b/2}^{b/2} \exp(i \cdot v \cdot y) \cdot dy \right]$$

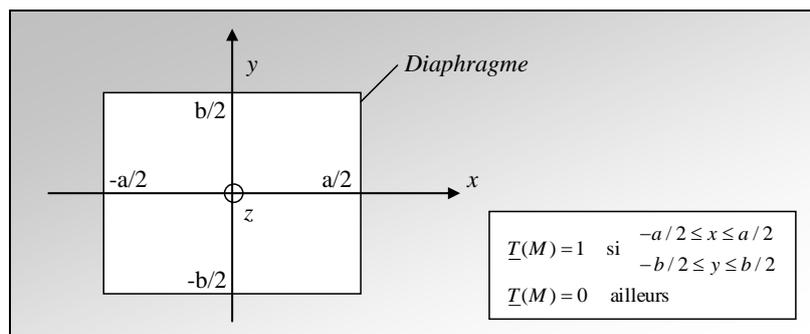


Figure 32 – Position du diaphragme rectangulaire.

Dans un premier temps, calculons la première intégrale sur les x :

$$\int_{-a/2}^{a/2} \exp(i \cdot u \cdot x) \cdot dx = \frac{1}{i \cdot u} \cdot [\exp i \cdot u \cdot x]_{-a/2}^{+a/2} = \frac{1}{i \cdot u} \cdot \left(\exp\left(i \cdot u \cdot \frac{a}{2}\right) - \exp\left(-i \cdot u \cdot \frac{a}{2}\right) \right) = \frac{2 \cdot i}{i \cdot u} \cdot \sin\left(u \cdot \frac{a}{2}\right) \cdot \frac{a}{a}$$

Après calcul de la seconde intégrale, la fonction d'onde se réécrit sous la forme :

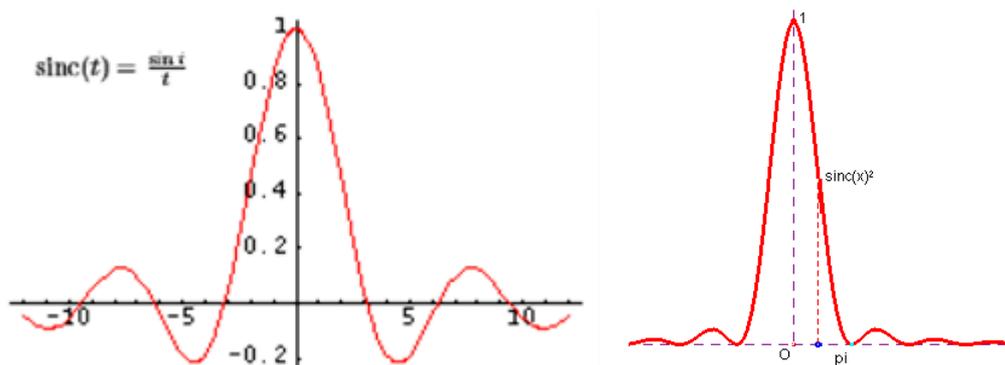
$$\underline{\psi}(P) \propto \left(\frac{a}{u \cdot a/2} \cdot \sin(u \cdot a/2) \right) \cdot \left(\frac{b}{v \cdot b/2} \cdot \sin(v \cdot b/2) \right)$$

La fonction *sinus cardinal* est souvent utilisée pour représenter ce type d'onde :



Remarque

Les représentations graphiques de la fonction sinus cardinal (sinc) et du sinc^2 sont données par :



A présent, considérons les coordonnées du point source S_0 et notons-les (x_0, y_0) . Les coordonnées du point d'observation P seront données par (x_i, y_i) . Soient f_1 la distance focale image de la lentille L_1 et f_2 la distance focale image de la lentille L_2 .

$$\frac{\overrightarrow{S_0 O_1}}{\|\overrightarrow{S_0 O_1}\|} = \begin{pmatrix} \alpha_0 = (0 - x_0) / \|\overrightarrow{S_0 O_1}\| \\ \beta_0 = (0 - y_0) / \|\overrightarrow{S_0 O_1}\| \\ \gamma_0 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \frac{\overrightarrow{O_2 P}}{\|\overrightarrow{O_2 P}\|} = \begin{pmatrix} \alpha = (x_i - 0) / \|\overrightarrow{O_2 P}\| \\ \beta = (y_i - 0) / \|\overrightarrow{O_2 P}\| \\ \gamma \end{pmatrix}$$

La source étant toujours disposée au voisinage immédiat de l'axe optique (donc de FO_1), on peut écrire que :

$$\|\vec{S_0O_1}\| \approx f_1$$

De même, l'observation de la figure de diffraction se fait toujours au voisinage de FO_2 , on peut écrire que :

$$\|\vec{O_2P}\| \approx f_2$$

Les expressions de u et v se réécrivent telles que :

$$u \approx \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \left(\frac{x_0}{f_1} + \frac{x_i}{f_2} \right) \quad \text{et} \quad v \approx \frac{-2\pi}{\lambda} \cdot \left(\frac{y_0}{f_1} + \frac{y_i}{f_2} \right)$$

On en déduit que :

$$\underline{\psi}(P) \propto \left(\frac{a \cdot b \cdot \sin[(\pi \cdot a / \lambda) \cdot (x_0 / f_1 + x_i / f_2)]}{(\pi \cdot a / \lambda) \cdot (x_0 / f_1 + x_i / f_2)} \right) \cdot \left(\frac{\sin[(\pi \cdot b / \lambda) \cdot (y_0 / f_1 + y_i / f_2)]}{(\pi \cdot b / \lambda) \cdot (y_0 / f_1 + y_i / f_2)} \right) \cdot \psi_0$$

Posons $I_0 = a^2 \cdot b^2 \cdot \psi_0^2$ et calculons l'intensité diffractée correspondante :

Remarques

$I(p)/I_0$ passe par un maximum qui vaut 1 pour $x_i / f_2 = -x_0 / f_1$ et $y_i / f_2 = -y_0 / f_1$. Ces valeurs de x_i et de y_i sont précisément les coordonnées de S_i image géométrique de S_0 (cf. lois d'optique géométrique).

La figure de diffraction d'une ouverture quelconque est toujours centrée sur l'image géométrique de la source.

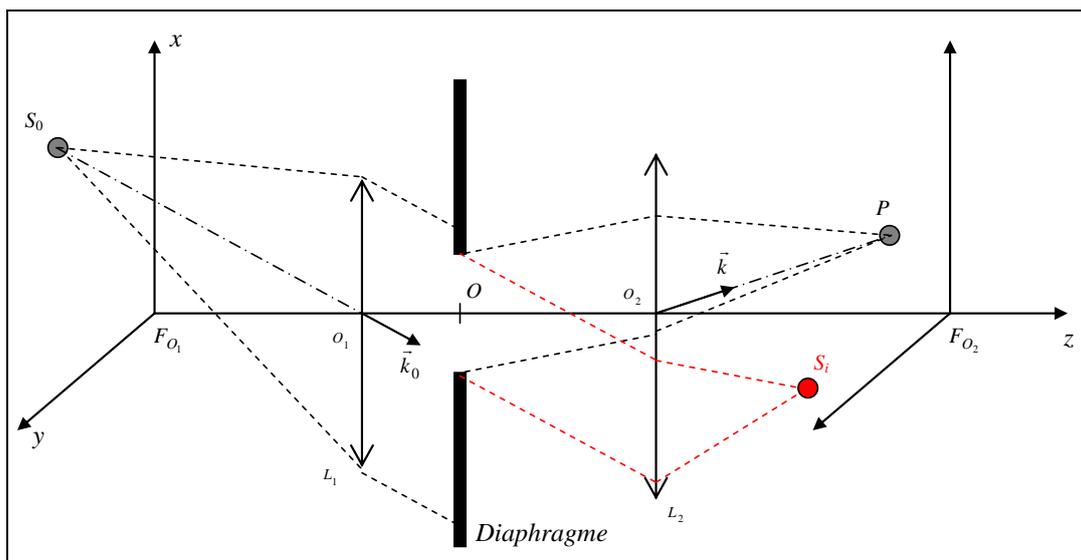


Figure 33 – Représentation du point S_i image de S_0 .

7 DIFFRACTION PAR UNE FENTE

La diffraction par une fente est un cas particulier de la diffraction par une ouverture rectangulaire. Nous pouvons représenter la fente par la Figure 34 et admettre que :



A titre d'exemple, pour une longueur d'onde de 500 nm (couleur visible, vert) on aura une largeur a d'environ 500 nm et une hauteur de fente b comprise entre 1 et 2 cm.

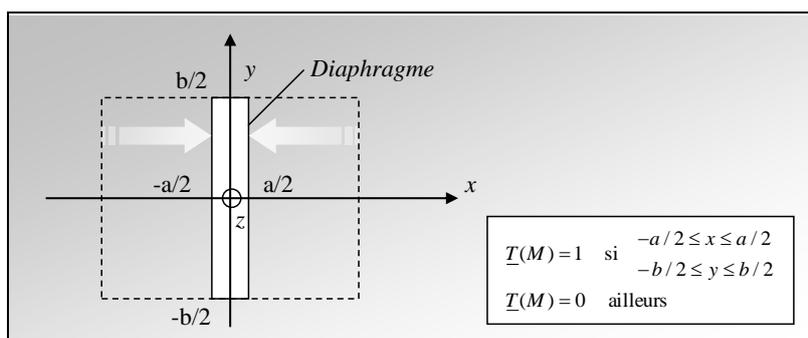


Figure 34 – Positionnement de la fente.

Le sinus cardinal tend vers 0 lorsque son argument tend vers l'infini. Or, nous avons $b/\lambda \rightarrow \infty$ donc :

$$\text{sinc}\left(\frac{\pi \cdot b}{\lambda} \cdot \left(\frac{y_0}{f_1} + \frac{y_i}{f_2}\right)\right) \rightarrow 0 \quad \text{sauf si} \quad y_i = -y_0 \cdot \frac{f_2}{f_1} \quad \text{où} \quad \text{sinc}\left(\frac{\pi \cdot b}{\lambda} \cdot \left(\frac{y_0}{f_1} + \frac{y_i}{f_2}\right)\right) \rightarrow 1$$

L'intensité diffractée est par conséquent nulle ($I = 0$) partout sur l'écran sauf sur la droite parallèle à l'axe des x et passant par le point de coordonnées $y_i = -y_0 \cdot \frac{f_2}{f_1}$. Sur cette droite, l'intensité vaudra :

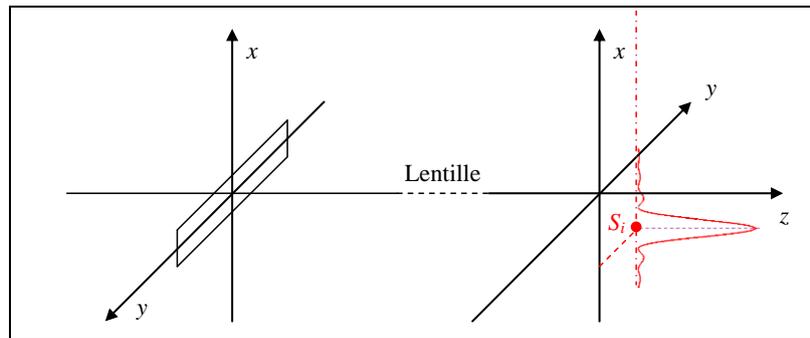


Figure 35 – Observation de l'intensité diffractée par une fente.

8 TRANSLATION DE L'OUVERTURE DANS SON PLAN

Soit une ouverture rectangulaire D_0 centrée sur l'origine et soit D_1 la même ouverture rectangulaire tradatée (voir Figure 36). Dans ces conditions, on aura :

$$\underline{\psi}_1(P) = \psi_0 \cdot \left[\int_{-a/2+x_1}^{+a/2+x_1} \exp(i \cdot u \cdot x) \cdot dx \cdot \int_{-b/2+y_1}^{+b/2+y_1} \exp(i \cdot v \cdot y) \cdot dy \right]$$

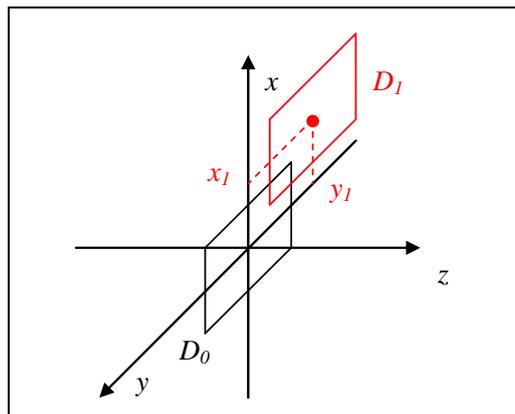


Figure 36 – Translation de l'ouverture dans son plan.

En appliquant le changement de variables :

$$X = x - x_1$$

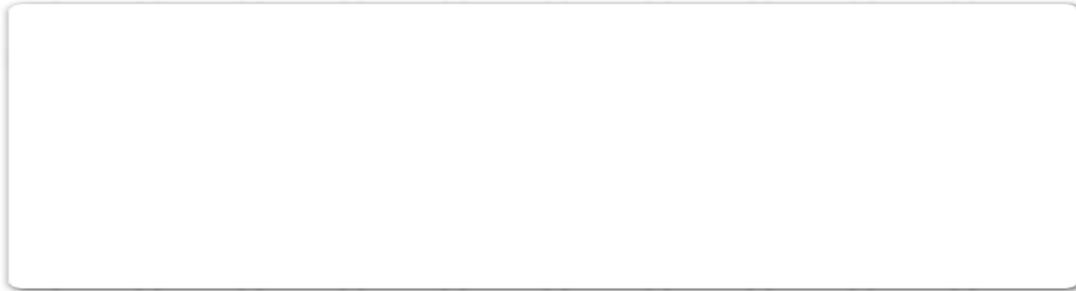
$$Y = y - y_1$$

$$dx = dX \quad \text{et} \quad dy = dY$$

on réécrit les intégrales telles que :

$$\underline{\psi}_1(P) = \psi_0 \cdot \left[\int_{-a/2}^{+a/2} \exp(i \cdot u \cdot (X + x_1)) \cdot dX \cdot \int_{-b/2}^{+b/2} \exp(i \cdot v \cdot (Y + y_1)) \cdot dY \right]$$

$$\underline{\psi}_1(P) = \psi_0 \cdot \exp(i \cdot (u \cdot x_1 + v \cdot y_1)) \cdot \int_{-a/2}^{+a/2} \exp(i \cdot u \cdot X) \cdot dX \cdot \int_{-b/2}^{+b/2} \exp(i \cdot v \cdot Y) \cdot dY = \underline{\psi}_0(P) \cdot \exp(i \cdot (u \cdot x_1 + v \cdot y_1))$$



▪ Conséquence

Si l'on calcule l'intensité diffractée par l'ouverture rectangulaire D_1 , on montre que : $I_1 = I_0$

En effet, $I_1 = \underline{\psi}_1(P) \cdot \underline{\psi}_1^*(P) = \underline{\psi}_0(P) \cdot \underline{\psi}_0^*(P) \cdot \exp(i \cdot (u \cdot x_1 + v \cdot y_1)) \cdot \exp(-i \cdot (u \cdot x_1 + v \cdot y_1)) = I_0$

Le terme de phase $i \cdot (u \cdot x_1 + v \cdot y_1)$ n'a aucune importance lorsqu'il n'y a qu'une ouverture diffractante. Il devient **fondamental** lorsqu'il y a 2, 3... N ouvertures identiques qui diffractent. Ce terme est responsable du phénomène d'interférence d'une bifente par exemple. Il est aussi à l'origine de toutes les propriétés des réseaux.

9 DIFFRACTION PAR UN RESEAU DE FENTES

- Répartition de l'intensité diffractée par un réseau de fentes

Un réseau de fentes est constitué d'une répartition périodique de N fentes de largeur a dans un plan. On appellera k la période de ce réseau (voir Figure 37).

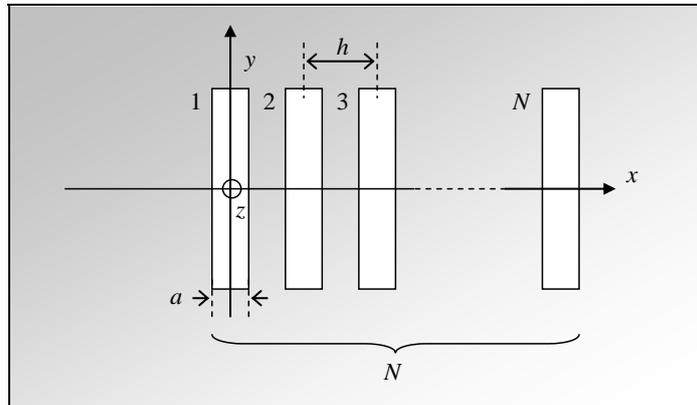


Figure 37 – Représentation du réseau de fentes et des notations adoptées.

Pour la première fente, on a vu que :

$$\underline{\psi}_1(P) = a \cdot b \cdot \psi_0 \cdot \frac{1}{\pi \cdot u' \cdot a} \sin(\pi \cdot u' \cdot a)$$

Pour la $m^{\text{ième}}$ fente, on a montré que :

$$\underline{\psi}_m(P) = \underline{\psi}_1 \cdot \exp(i \cdot 2\pi \cdot u \cdot (m-1) \cdot h)$$

L'amplitude complexe résultante du réseau de fente est la somme de toutes les contributions, soit :

$$\underline{\psi} = \sum_{m=1}^N \underline{\psi}_m = \underline{\psi}_1 \cdot \sum_{m=1}^N \exp(i \cdot (m-1) \cdot \varphi) \quad \text{avec} \quad \varphi = 2\pi \cdot u' \cdot h$$

Suite numérique pouvant être simplifiée $\underline{\psi} = \underline{\psi}_1 \cdot \frac{1 - \exp(i \cdot N \cdot \varphi)}{1 - \exp(i \cdot \varphi)}$

$$\underline{\psi} = \underline{\psi}_1 \cdot \frac{1 - \exp(i \cdot N \cdot \varphi)}{1 - \exp(i \cdot \varphi)} = \underline{\psi}_1 \cdot \frac{1 - \exp(i \cdot N \cdot \varphi/2)}{1 - \exp(i \cdot \varphi/2)} \cdot \frac{\exp(-i \cdot N \cdot \varphi/2) - \exp(i \cdot N \cdot \varphi/2)}{\exp(-i \cdot \varphi/2) - \exp(i \cdot \varphi/2)}$$

$$\underline{\psi} = \underline{\psi}_1 \cdot \exp(i \cdot (N-1) \cdot \varphi/2) \cdot \frac{\sin(N \cdot \varphi/2)}{\sin(\varphi/2)} \cdot \frac{N}{N}$$

L'intensité diffractée est donnée par :

$$I = \underline{\psi} \cdot \underline{\psi}^* = \psi_0^2 \cdot a^2 \cdot b^2 \cdot N^2 \cdot \frac{\sin^2(\pi \cdot u' \cdot a)}{(\pi \cdot u' \cdot a)^2} \cdot \frac{\sin^2(N \cdot \varphi/2)}{N^2 \cdot \sin^2(\varphi/2)}$$

On retiendra l'écriture de l'intensité diffractée sous la forme suivante ainsi que sa représentation graphique sur la Figure 38.

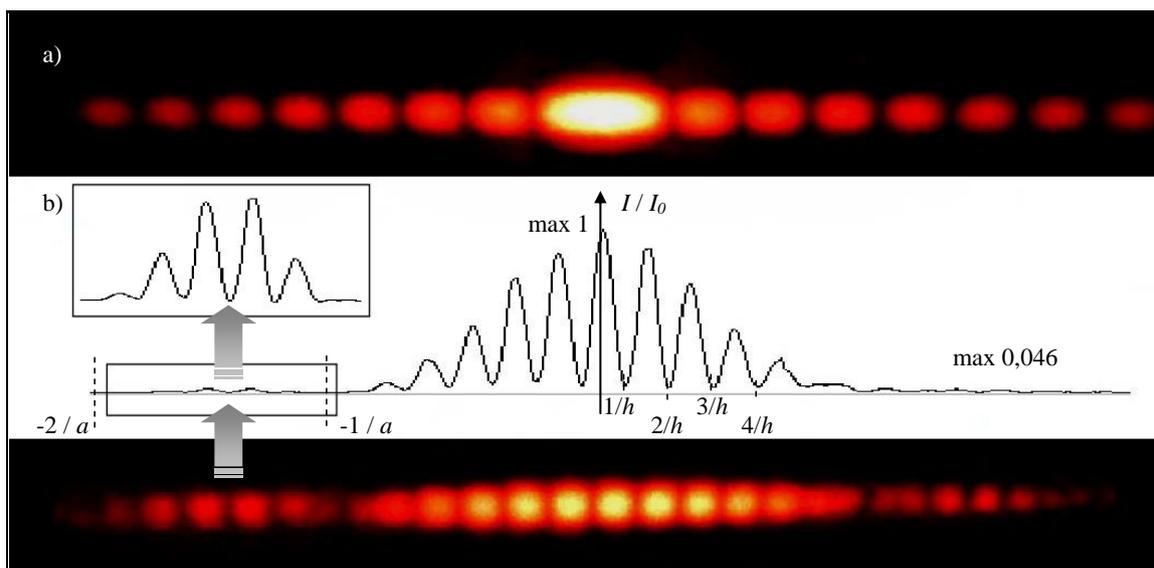


Figure 38 – Comparaison de la diffraction par a) une seule fente et par b) un réseau bifente. La représentation graphique de l'intensité concerne la diffraction par une bifente.

La fonction $\frac{\sin(N \cdot \varphi/2)}{(N \cdot \sin(\varphi/2))}$ passe par un maximum qui vaut 1 chaque fois que le dénominateur s'annule. Les valeurs de φ correspondantes déterminent la position des maxima dits principaux. En effet, si $\varphi/2 = p \cdot \pi$ alors $\frac{\sin(N \cdot \varphi/2)}{(N \cdot \sin(\varphi/2))} \rightarrow 1$.

Entre deux maxima principaux, la fonction s'annule $(N-1)$ fois. Entre deux valeurs nulles, la fonction passe par un maximum secondaire. Il y a $(N-2)$ maxima secondaires. Ces maxima secondaires sont très peu intenses comparés aux maxima principaux. On les négligera. La figure de diffraction d'un réseau est donc constituée de maxima principaux dont la position est donnée par la relation $u = p/h$ et dont la valeur est modulée par l'intensité diffractée par un motif c'est-à-dire $\text{sinc}(u \cdot a)$.

Relation fondamentale des réseaux

La relation fondamentale des réseaux donne les directions θ qui correspondent aux maxima principaux de lumière, pour une incidence θ_0 de l'onde plane incidente. Considérons les notations de la FIGURE et établissons cette relation.

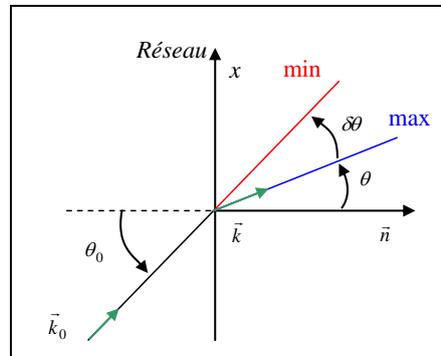
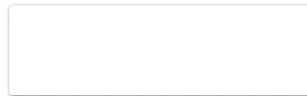


Figure 39 – Notations utilisées pour l'écriture de la relation fondamentale des réseaux.

On sait que : $u' = \frac{\alpha_0 - \alpha}{\lambda}$ avec $u = 2\pi \cdot u'$



Or : $\alpha_0 = \frac{k_0 x}{|k_0|} = \sin \theta_0$ et $\alpha = \frac{kx}{|k|} = \sin \theta$

D'où : $\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot (\sin \theta_0 - \sin \theta) = p \cdot \lambda$

Définition

▪ **Largeur à la base d'un maximum principal**

Soit φ la valeur correspondant à un maximum principal et soit θ la valeur de l'angle associé. Soit $\varphi + \delta\varphi$ la valeur de φ correspondant au premier minimum nul suivant le maximum principal.

Un maximum est caractérisé par : $\varphi/2 = p \cdot \pi$ soit $N \cdot \varphi/2 = N \cdot p \cdot \pi$

$$\frac{N}{2} \cdot (\varphi + \delta\varphi) = N \cdot p \cdot \pi + \pi$$

$$\frac{N}{2} \cdot \delta\varphi = \pi \Rightarrow \delta\varphi = \frac{2\pi}{N}$$

$$\text{Or : } \varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot h \cdot (\sin\theta_0 - \sin\theta)$$

Une variation $\delta\varphi$ de φ correspond à une variation $\delta\theta$ de θ pour une incidence θ_0 donnée, donc :

$$\delta\varphi = \frac{-2\pi}{\lambda} \cdot h \cdot (\cos\theta \cdot \delta\theta) = \frac{2\pi}{N} \quad \text{et} \quad \delta\theta = \frac{-\lambda}{N \cdot h \cdot \cos\theta}$$

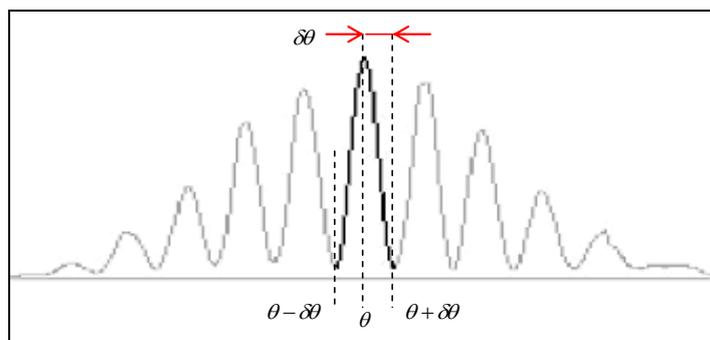


Figure 40 – Demi-largeur angulaire d'un maximum principal.

La demi-largeur angulaire à la base d'un maximum principal s'écrit :

▪ **Dispersion de la lumière par un réseau**

La relation $h \cdot (\sin\theta_0 - \sin\theta) = p \cdot \lambda$ montre que pour une onde incidente éclairant le réseau sous une incidence θ_0 , à chaque valeur de λ correspondra une valeur de θ . Un réseau est donc capable de disperser la lumière puisqu'à chaque valeur de λ correspond une valeur de θ . Toutes les valeurs de θ correspondant à la même valeur p forment le spectre d'ordre p .

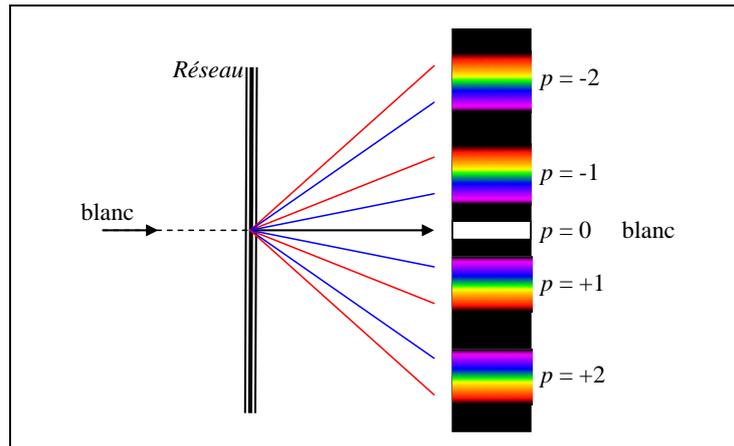


Figure 41 – Dispersion de la lumière par un réseau.

- **Pouvoir de résolution d'un réseau**

Soit θ_λ la direction d'un maximum principal correspondant à la radiation λ :

$$h \cdot (\sin\theta_0 - \sin\theta_\lambda) = p \cdot \lambda$$

Soit $\theta_{\lambda+\delta\lambda} = \theta_\lambda + \delta\theta_\lambda$ l'onde correspondant à un maximum de lumière dans le spectre du même ordre p pour la radiation $\lambda + \delta\lambda$:

$$h \cdot (\sin\theta_0 - \sin\theta_{\lambda+\delta\lambda}) = p \cdot (\lambda + \delta\lambda)$$

$$h \cdot (\sin\theta_0 - \sin(\theta_\lambda + \delta\theta_\lambda)) = p \cdot (\lambda + \delta\lambda)$$

L'objectif de cette partie serait de déduire $\delta\theta_\lambda$ en développant $\sin(a+b)$ et en appliquant certaines approximations. On peut trouver $\delta\theta_\lambda$ plus rapidement en différentiant la relation fondamentale :

$$h \cdot (\sin\theta_0 - \sin\theta) = p \cdot \lambda$$

$$-h \cdot d\sin\theta = p \cdot d\lambda$$

$$-h \cdot \cos\theta \cdot \delta\theta = p \cdot d\lambda$$

$$\text{Soit : } \delta\theta_\lambda = \frac{-p \cdot d\lambda}{h \cdot \cos\theta_\lambda}$$

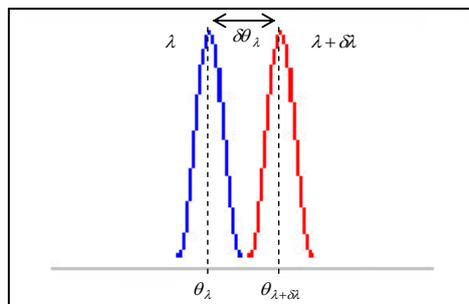


Figure 42 – Pouvoir de résolution d'un réseau.

Définition

De cette définition, on en déduit que :
$$\frac{p \cdot \delta\lambda}{h \cdot \cos\theta_\lambda} \geq \frac{\lambda}{N \cdot h \cdot \cos\theta_\lambda} \Rightarrow \delta\lambda \geq \frac{\lambda}{N \cdot p}$$

La valeur minimale $\delta\lambda$ s'écrit :
$$\delta\lambda_m = \frac{\lambda}{N \cdot p}$$

Définition

- **Application à la mesure d'une longueur d'onde**

Il est impossible de déduire une valeur de λ de la formule fondamentale $h \cdot (\sin\theta_0 - \sin\theta) = p \cdot \lambda$ car on ne sait pas mesurer θ et θ_0 . En effet, on ne connaît pas la direction précise de la normale au réseau \vec{n} . En réalité, on ne sait mesurer que la **déviatio** $D = \theta - \theta_0$ (voir Figure 43).

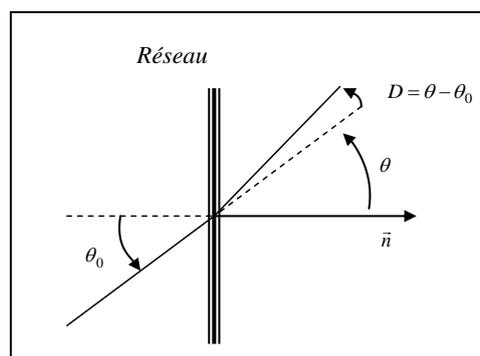


Figure 43 – Définition des angles pour la mesure d'une longueur d'onde.

Lorsque θ_0 varie, θ et D varient. On montre que D passe par un minimum :

$$\frac{dD}{d\theta_0} = \frac{d\theta}{d\theta_0} - 1 = 0 \quad \text{si} \quad \frac{d\theta}{d\theta_0} = 1$$

Pour calculer $\frac{d\theta}{d\theta_0}$, on différencie la formule fondamentale à λ constant.

$$\cos \theta_0 \cdot d\theta_0 - \cos \theta \cdot d\theta = 0$$

$$\frac{d\theta}{d\theta_0} = \frac{\cos \theta_0}{\cos \theta} = 1 \Rightarrow \cos \theta = \cos \theta_0 \Rightarrow \theta = \pm \theta_0$$

La solution $\theta = \theta_0$ n'est pas possible car elle correspond à $p \cdot \lambda = 0$ c'est-à-dire $p = 0$, ce qui est sans intérêt.

$$\text{Donc : } \theta = -\theta_0 \Rightarrow D_m = 2 \cdot \theta \Rightarrow \theta = D_m / 2$$

$$\text{Et : } h \cdot \left(-\sin \frac{D_m}{2} - \sin \frac{D_m}{2} \right) = p \cdot \lambda \Rightarrow -2 \cdot \sin \frac{D_m}{2} = \frac{p \cdot \lambda}{h} \quad \text{avec } p > 0 \text{ ou } p < 0$$

La mesure de la longueur d'onde est donnée par :

VII. Interférence et cohérence

Nous nous intéressons à la description scalaire des ondes lumineuses. La théorie des interférences s'applique lorsque les ondes qui interagissent sont coplanaires. Que se passe-t-il en tout point où deux champs optiques se superposent ?

1 INTRODUCTION AUX INTERFERENCES

En général, deux sources lumineuses quelconques éclairant une région de l'espace ne permettent pas l'observation de figures d'interférences. Nous allons établir les conditions sur ces sources pour générer des interférences observables. La grandeur physique directement mesurable est l'intensité lumineuse ou l'éclairement. Nous aborderons également quelques dispositifs interférentiels pour illustrer nos propos. Dans un premier temps, nous présentons la description scalaire d'une onde lumineuse qui suffit pour décrire les phénomènes d'interférence.

▪ Description scalaire

Nous avons vu dans les chapitres précédents qu'une onde lumineuse est décrite par son champ électromagnétique (\vec{E}, \vec{B}) . Pour déterminer l'éclairement reçu par un récepteur, le champ électrique suffit. La vibration lumineuse sera donc identifiée au champ électrique pour l'étude de l'optique ondulatoire.

A une onde lumineuse plane progressive monochromatique, on associe la grandeur scalaire s appelée **vibration lumineuse**. Dans le cas général d'une propagation suivant le vecteur d'onde \vec{k} , la vibration lumineuse en un point M d'un plan d'onde s'écrit sous la forme suivante :



Si par exemple, la propagation s'effectue suivant l'axe des $x > 0$, la vibration associée en M s'écrit :

$$s(x, t) = A \cdot \cos(\omega \cdot t - k \cdot x + \varphi_0)$$

$$s(x, t) = A \cdot \cos(\omega \cdot (t - x/v) + \varphi_0)$$

La vibration atteint le point M du plan d'onde en x avec un retard égal à x/v par rapport aux points du plan d'onde $x = 0$.

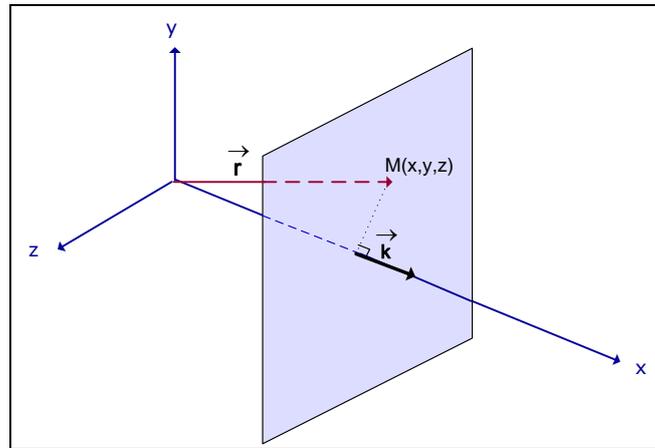


Figure 44 – Représentation du point M , du plan d'onde et du vecteur d'onde dans l'espace.

Nous savons que $v = c/n$ avec n l'indice du milieu dans lequel l'onde se propage. Après changement de variables, on obtient :

$$s(x,t) = A \cdot \cos(\omega \cdot (t - n \cdot x/c) + \varphi_0)$$

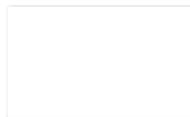
Or, par définition la grandeur $\delta = n \cdot x$ représente la **différence de marche optique** entre O et M ou **chemin optique** (OM). On peut réécrire l'équation précédente telle que :

$$s(x,t) = A \cdot \cos(\omega \cdot (t - \delta/c) + \varphi_0)$$

$$s(x,t) = A \cdot \cos(\omega \cdot (t - (OM)/c) + \varphi_0)$$

A ce retard est associé un **retard de phase** : $\Delta\varphi = \omega \cdot \delta/c = 2\pi \cdot F \cdot \delta/c = 2\pi \cdot \delta/\lambda_0$

On rappelle que λ_0 est la longueur d'onde de l'onde dans le vide et est égale à c/F . Par la suite, on notera toujours λ_0 la longueur d'onde considérée dans le vide et λ celle associée dans un milieu d'indice n . La définition qui relie le chemin optique au déphasage est bien retrouvée. En effet, le retard de phase $\Delta\varphi$ d'un point B par rapport à un point A est lié au chemin optique (AB) par :



Pour plus d'information, le lecteur se reportera à la fiche de rappel « Chemin optique et déphasage » page 106. Le résultat écrit précédemment se généralise. C'est ce modèle scalaire que nous utiliserons dans la suite du cours.

Expression générale**Remarque**

Des animations sur le « vecteur de Fresnel » puis sur la « propagation d'une vibration » sont disponibles sur internet à l'adresse suivante : <http://www.uel-pcsm.education.fr/consultation/reference/physique/interf>

▪ Intensité lumineuse

L'intensité lumineuse (ou éclairement) associée à l'onde lumineuse est définie par la moyenne temporelle à l'échelle du temps τ_r qui caractérise le récepteur :



Pour un signal monochromatique, on a $I(M) = A^2/2$.

▪ Conditions d'utilisation du modèle scalaire

Lorsqu'un dispositif interférentiel est constitué d'éléments insensibles à la polarisation des ondes lumineuses le traversant, les variations relatives de l'éclairement qui résulte des interférences entre les faisceaux seront identiques si ces faisceaux ont même polarisation, des polarisations voisines ou pas de polarisation du tout (cas de la lumière naturelle). Dans de telles conditions, le modèle scalaire rend compte de façon satisfaisante des phénomènes observés.

2 CONDITIONS D'INTERFERENCES

Soient deux sources ponctuelles S_1 et S_2 émettant des ondes monochromatiques qui se rencontrent en un point M . La vibration issue de S_1 et arrivant en M est telle que :

$$s_1(M, t) = A_1 \cdot \cos\left(\omega_1 \cdot \left(t - \frac{(S_1 M)}{c}\right) + \varphi_{0,1}\right)$$

Celle issue de S_2 s'écrit :

$$s_2(M, t) = A_2 \cdot \cos\left(\omega_2 \cdot \left(t - \frac{(S_2 M)}{c}\right) + \varphi_{0,2}\right)$$

La vibration résultante en M s'écrit : $s(M, t) = s_1(M, t) + s_2(M, t)$

L'objectif est de « mesurer » l'intensité lumineuse obtenue au point M . L'éclairement en M associé à la première source S_1 est :

$$I_1 = \langle s_1(M, t)^2 \rangle = A_1^2 / 2$$

Pour la source S_2 , on aura :

$$I_2 = \langle s_2(M, t)^2 \rangle = A_2^2 / 2$$

Au final, on aura sur le capteur, en M :

$$\begin{aligned} I &= \langle s(M, t)^2 \rangle = \langle s_1(M, t)^2 \rangle + \langle s_2(M, t)^2 \rangle + 2 \cdot \langle s_1(M, t) \cdot s_2(M, t) \rangle \\ I &= I_1 + I_2 + 2 \cdot A_1 \cdot A_2 \cdot \left\langle \cos\left(\omega_1 \cdot \left(t - \frac{(S_1 M)}{c}\right) + \varphi_{0,1}\right) \cdot \cos\left(\omega_2 \cdot \left(t - \frac{(S_2 M)}{c}\right) + \varphi_{0,2}\right) \right\rangle \\ I &= I_1 + I_2 + 4 \cdot \sqrt{I_1 \cdot I_2} \cdot \left\langle \cos\left(\omega_1 \cdot \left(t - \frac{(S_1 M)}{c}\right) + \varphi_{0,1}\right) \cdot \cos\left(\omega_2 \cdot \left(t - \frac{(S_2 M)}{c}\right) + \varphi_{0,2}\right) \right\rangle \\ I &= I_1 + I_2 + I_{12} \end{aligned}$$

Cette dernière expression fait apparaître la somme des éclaircements individuels de chacune des sources (I_1 et I_2) et un troisième terme qui est le **terme d'interférence** noté I_{12} . Par la suite, nous tenterons de déterminer ce dernier terme. Il est souvent **nul**. Dans ce cas, on dit que les **sources n'interfèrent pas**. Inversement, si I_{12} n'est pas nul, on dit que :



▪ Conditions sur la fréquence

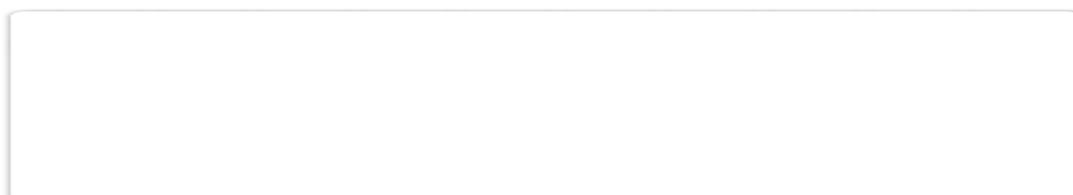
Examinons le terme d'interférence lorsque les fréquences des deux sources sont différentes :

$$I_{12} = 4 \cdot \sqrt{I_1 \cdot I_2} \cdot \left\langle \cos\left(\omega_1 \cdot \left(t - \frac{(S_1 M)}{c}\right) + \varphi_{0,1}\right) \cdot \cos\left(\omega_2 \cdot \left(t - \frac{(S_2 M)}{c}\right) + \varphi_{0,2}\right) \right\rangle$$

$$I_{12} = 4 \cdot \sqrt{I_1 \cdot I_2} \cdot \langle \cos(\omega_1 \cdot t + \alpha_1) \cdot \cos(\omega_2 \cdot t + \alpha_2) \rangle$$

$$I_{12} = 2 \cdot \sqrt{I_1 \cdot I_2} \cdot \langle \cos((\omega_1 + \omega_2) \cdot t + \alpha_1 + \alpha_2) \rangle + \langle \cos((\omega_1 - \omega_2) \cdot t + \alpha_1 - \alpha_2) \rangle$$

On a vu que la valeur moyenne définissant l'intensité lumineuse est calculée à l'échelle du temps τ_r caractéristique de la réponse du récepteur optique. Ce temps de réponse est très grand devant la période du signal lumineux. Ainsi, la valeur moyenne de I_{12} est nulle à l'échelle de temps τ_r .



Remarque

On retiendra quelques ordres de grandeurs de τ_r pour différents récepteurs optiques :

Œil humain 1/20 s = 50 ms

Cellules photoélectriques ~ 1 μ s

Photomultiplicateurs ~ 10⁻¹⁰ s pour les plus rapides

Considérons le cas où deux sources ont la même fréquence. On obtient l'éclairement suivant :

$$I = I_1 + I_2 + 4 \cdot \sqrt{I_1 \cdot I_2} \cdot \langle \cos(\omega \cdot t + \alpha_1) \cdot \cos(\omega \cdot t + \alpha_2) \rangle$$

$$I = I_1 + I_2 + 2 \cdot \sqrt{I_1 \cdot I_2} \cdot \langle \cos(2\omega \cdot t + \alpha_1 + \alpha_2) \rangle + \langle \cos(\alpha_1 - \alpha_2) \rangle$$

$$I = I_1 + I_2 + 2 \cdot \sqrt{I_1 \cdot I_2} \cdot \langle \cos(\alpha_1 - \alpha_2) \rangle$$

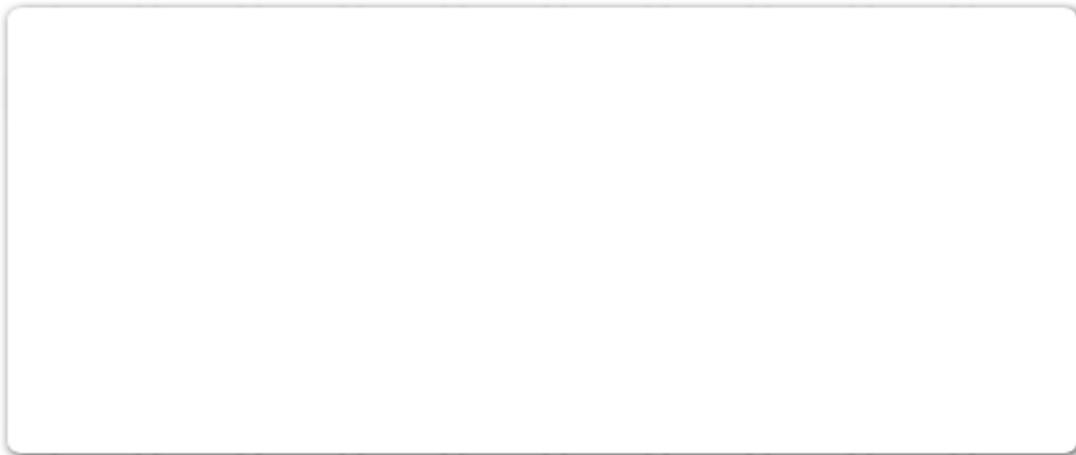
$$\text{avec } \alpha_1 = -\omega \cdot \frac{(S_1 M)}{c} + \varphi_{0,1} = -\omega \cdot \frac{\delta_1}{c} + \varphi_{0,1} \quad \text{et} \quad \alpha_2 = -\omega \cdot \frac{(S_2 M)}{c} + \varphi_{0,2} = -\omega \cdot \frac{\delta_2}{c} + \varphi_{0,2}$$

Le terme d'interférence dépend donc du **déphasage** $\alpha_1 - \alpha_2$ entre les deux ondes lumineuses.

▪ Cohérence temporelle

L'objectif est de déterminer si le déphasage $\alpha_1 - \alpha_2$ est constant. On pourrait penser que ce terme est constant, ce qui signifierait que le terme d'interférence est non nul. Or, on n'observe pas forcément des interférences. Pour expliquer ce phénomène, il faut introduire le *modèle de train d'onde* (voir la fiche de rappel correspondante page 107).

La durée d'un train d'ondes lumineuses est très courte (τ de l'ordre de 1 ns) par rapport au temps de réponse des récepteurs optiques. Le déphasage $\alpha_1 - \alpha_2$ varie donc un grand nombre de fois pendant la durée d'observation τ_r , de façon aléatoire (de l'ordre de 10^9 fois par seconde). Ainsi, le terme d'interférence sera nul (valeur moyenne nulle). On peut dire que la condition $\alpha_1 - \alpha_2 = Cte$ n'est pas vérifiée sur une durée assez grande pour que des interférences soient détectées par le récepteur optique. **Les sources sont dites incohérentes.**



▪ Cohérence spatiale

La différence de marche $\delta_2 - \delta_1$ correspond à la différence de longueur des trajets suivis par la lumière provenant des sources S_1 et S_2 . Pour qu'il y ait interférence, il faut que les deux trains d'onde se superposent partiellement.

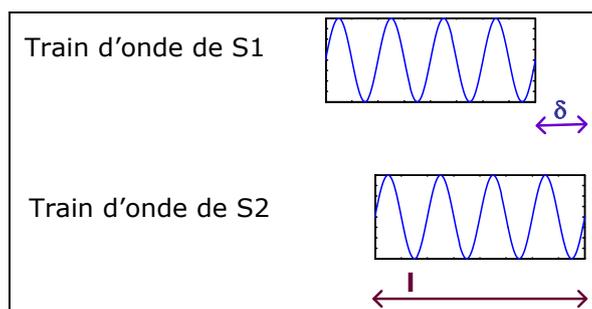


Figure 45 – Représentation des deux trains d'onde avec $\delta < l$.

Considérons la Figure 45. Si la différence de marche entre les deux vibrations cohérentes (temporellement) au point M est inférieure à la longueur de cohérence l , alors les deux trains d'onde correspondants se superposent partiellement et il y a interférence. On dit que la **cohérence spatiale est réalisée**.

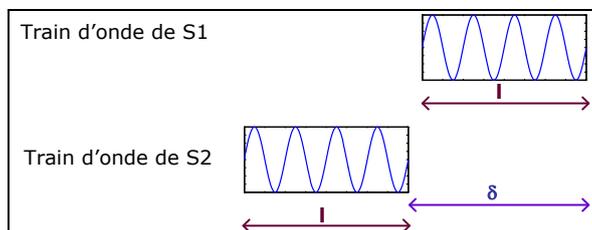


Figure 46 – Représentation des deux trains d'onde avec $\delta > l$.

Considérons à présent la Figure 46. Si la différence de marche est supérieure à l , alors il n'y a pas de partie commune entre les deux trains d'onde. Les deux trains d'onde ne se coupent pas en M et il n'y a pas d'interférence (même s'il y a cohérence temporelle). La cohérence spatiale n'est plus réalisée.



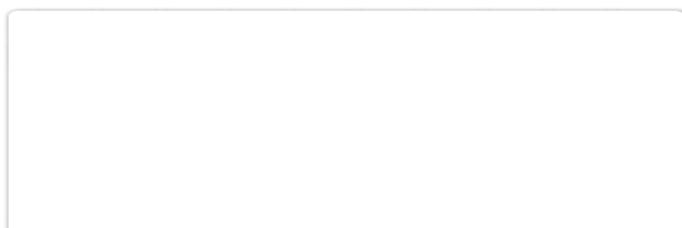
On remarquera que pour une lampe à vapeur métallique, l est de quelques millimètres. La différence de marche réalisée expérimentalement reste petite à notre échelle mais pas à l'échelle des longueurs d'onde optique.

▪ Conclusion sur les conditions d'interférences

Les deux sources S_1 et S_2 interfèrent si l'éclairement produit lors de la superposition de leurs signaux peut différer de la somme de leurs éclairements individuels. L'éclairement obtenu en un point M est alors :

$$I = I_1 + I_2 + 2 \cdot \sqrt{I_1 \cdot I_2} \cdot \cos(\alpha_1 - \alpha_2) = I_1 + I_2 + I_{12}$$

avec $\alpha_1 = -\omega \cdot \frac{(S_1 M)}{c} + \varphi_{01} = -\omega \cdot \frac{\delta_1}{c} + \varphi_{01}$ et $\alpha_2 = -\omega \cdot \frac{(S_2 M)}{c} + \varphi_{02} = -\omega \cdot \frac{\delta_2}{c} + \varphi_{02}$



3 VARIATIONS D'ÉCLAIREMENT, FIGURE D'INTERFÉRENCE ET INTERFRANGE

Supposons que l'on ait deux sources ponctuelles cohérentes (déphasage constant et même fréquence) ayant une phase à l'origine nulle et la même amplitude A . On a alors :

$$s_1(M,t) = A \cdot \cos\left(\omega \cdot \left(t - \frac{(S_1M)}{c}\right)\right) \quad \text{et} \quad s_2(M,t) = A \cdot \cos\left(\omega \cdot \left(t - \frac{(S_2M)}{c}\right)\right)$$

Elles produisent donc chacune le même éclairement individuel noté $I_0 = A^2/2$. La suite du cours se fera sous la forme d'un exercice.



Exercice 8

Considérons un faisceau lumineux qui traverse l'air. Son indice est donc $n = 1$. Sur la Figure 47, on aura $S_1S_2 = 2 \cdot x_0$. Les interférences sont observées au point M dans le plan situé en $z = D$.

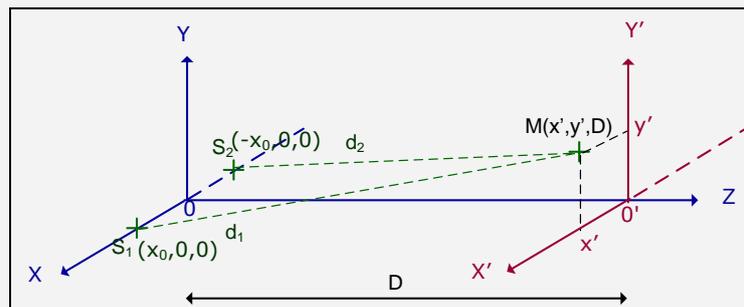


Figure 47 – Schéma de principe.

1. Dans un premier temps, calculez la vibration résultante en M en fonction de d_1 et d_2 .
2. En déduire l'expression de l'intensité au point M en fonction de la différence de marche $\delta = d_2 - d_1$ et la longueur d'onde dans le vide λ_0 .
3. Calculez l'intensité minimale I_{\min} et l'intensité maximale I_{\max} . Pour quelles valeurs de la différence de marche $\delta = d_2 - d_1$ obtient-on ces intensités I_{\min} et I_{\max} ? Tracez l'allure de l'intensité $I(M)$.
4. On observe le phénomène d'interférence dans le plan $(O'x, O'y)$ perpendiculaire à la direction de propagation $[Oz]$ et donc parallèle au plan contenant les sources S_1 et S_2 (observation « latérale »). On se place à grande distance des sources. Quelle figure d'interférence observe-t-on dans ce plan $(O'x, O'y)$?
5. Exprimez la différence de marche en fonction de l'abscisse x_0 de S_1 et S_2 puis de $S_1S_2 = 2 \cdot x_0$. En est toujours dans l'hypothèse où on est loin des sources. Vérifiez que ce résultat est cohérent avec le précédent en ce qui concerne la figure d'interférence observée dans le plan $(O'x, O'y)$ loin des sources. Qu'observe-t-on sur l'axe $(O'y)$?

▪ Interfrange et ordre d'interférence

Les franges d'interférences observées sont régulièrement espacées.



Exercice 9

Déterminez l'expression de l'interfrange i en fonction des caractéristiques du montage expérimental.



Exercice 10

1. Quel est l'ordre d'interférence des franges brillantes ?
2. Quel est l'ordre d'interférence des franges sombres ?

▪ Conclusion

Sur l'écran d'observation, l'ordre d'interférence change avec la position du point M et l'éclairement fluctue entre des valeurs extrêmes : les franges brillantes alternent avec les franges sombres.

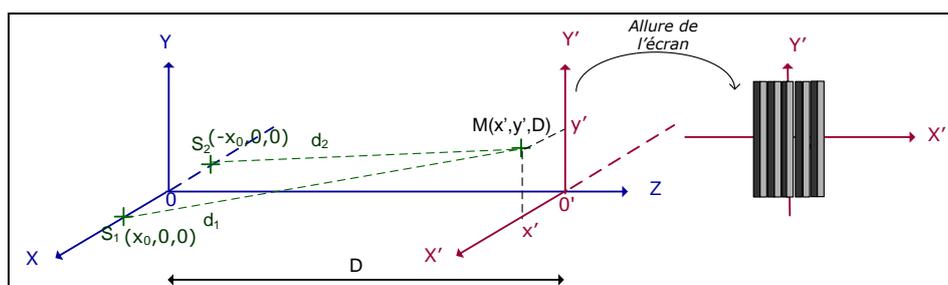


Figure 48 – Schéma de principe et écran d'observation.

On retiendra qu'entre deux raies brillantes voisines, on a p qui varie de 1, δ qui varie de λ_0 et un déphasage qui varie de 2π . Entre une raie brillante et une raie sombre voisines, on a p qui varie de $1/2$, δ qui varie de $\lambda_0/2$ et un déphasage qui varie de π .

De plus, on notera qu'un déplacement d'une interfrange sur l'écran correspond à une variation d'une unité pour l'ordre d'interférence p , une variation de λ_0 pour δ et une variation de 2π pour le déphasage.

Si on envisage une observation « axiale » de la figure d'interférence, c'est-à-dire que l'écran d'observation est placé perpendiculairement au plan contenant S_1 et S_2 : l'intersection des hyperboloïdes avec l'écran donne une série d'anneaux concentriques centrés sur l'axe (S_1S_2) .

▪ **Obtention de sources synchrones**

Soient deux éléments distincts d'une source lumineuse classique qui sont incohérents : leurs éclairissements s'additionnent, même s'ils émettent des trains d'onde de même fréquence. La question est donc la suivante : « comment obtenir des sources synchrones ? ». Dans la suite, nous étudierons les dispositifs interférentiels. Deux dispositifs permettent d'obtenir deux sources cohérentes S_1 et S_2 à partir d'un même point source lumineux.

- Dispositifs à **division du front d'onde** : le faisceau est dédoublé grâce à un système optique qui permet de superposer deux faisceaux issus de la même source S par l'intermédiaire de deux sources secondaires S_1 et S_2 , images de S (réelles ou virtuelles).
- Dispositifs à **division d'amplitude** : chaque rayon issu de la source principale donne naissance à deux rayons par réflexions ou (et) réfractions sur un dioptre.

Il est important de connaître la localisation des franges produites par un dispositif interférentiel car c'est là que l'on doit placer le détecteur (œil, appareil photographique, caméra...). Les franges sont classées en **réelles** ou **virtuelles** puis en **localisées** ou **non localisées**.

- Les **franges réelles** sont celles qu'on peut observer sur un écran sans utiliser de système complémentaire de focalisation (les ondes lumineuses qui forment ces franges convergent par elles-mêmes au point d'observation).
- Les **franges virtuelles** ont besoin d'un système de focalisation pour être observées sur un écran car les rayons n'y convergent pas par eux-mêmes.

- Les **franges non localisées** sont réelles et existent partout dans une large portion de l'espace (il est possible de déplacer le plan d'observation dans toute la zone d'interférence). La figure d'interférence n'est pas localisée car non confinée à une petite région. Ce type de frange s'obtient à partir de petites sources (sources ponctuelles ou linéaires).
- Les **franges localisées** ne sont clairement observables que sur une surface particulière (la figure d'interférence est localisée). On utilise toujours des **sources étendues** pour obtenir ce type d'interférence (mais elles peuvent aussi être créées par une source ponctuelle).

4 DIVISION DU FRONT D'ONDE, TROUS D'YOUNG

Deux trous très fins, identiques et parallèles entre eux sont percés dans un écran opaque. Les trous ont un diamètre d et ils sont espacés de la distance a . Les trous sont éclairés par un faisceau laser sous incidence normale. Un écran d'observation est placé à la distance D derrière les trous. Il est parallèle au plan contenant les sources S_1 et S_2 .

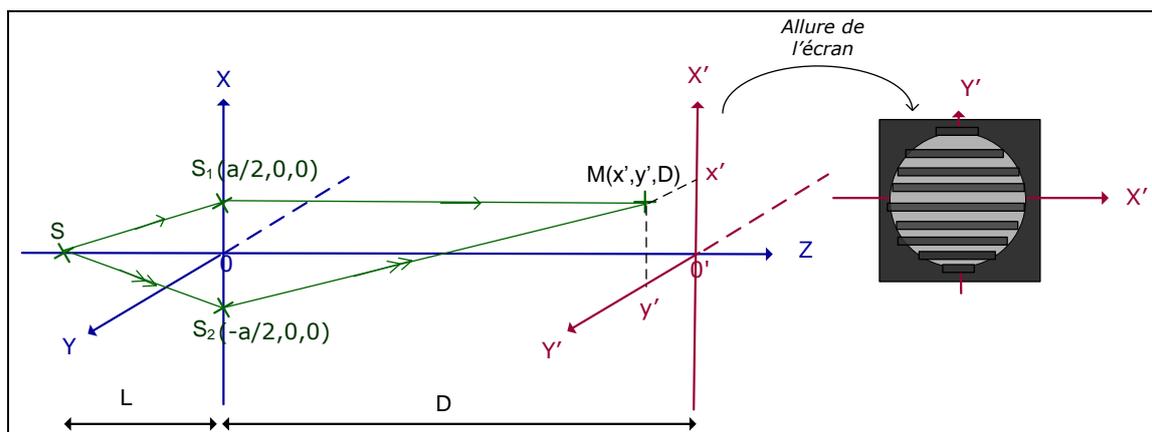


Figure 49 – Division du front d'onde, trous d'Young.

Le faisceau est constitué de rayons parallèles. Sur la Figure 49, on l'a remplacé par une source S placée à une distance L devant les trous d'Young (L est équivalente à l'infini pour le laser) et sur l'axe (Oz). Le milieu traversé est de l'air d'indice $n=1$.

▪ Observations et interprétation

La source S émet donc une onde lumineuse vers S_1 et S_2 . La finesse des trous provoque un étalement de la lumière en sortie. On parle d'un effet de **diffraction**.

En mettant à part cet effet de diffraction, on est dans le cas où S_1 et S_2 jouent le rôle de **sources cohérentes** (car elles proviennent de la même source S). Étant donné que S est sur l'axe (Oz), les sources S_1 et S_2 sont en phase et les chemins optiques (SS_1) et (SS_2) sont identiques. La différence de marche à prendre en compte pour l'éclairement $I(M)$ est donc identique à celui calculé dans le paragraphe précédent.

Le plan d'observation étant parallèle au plan contenant S_1 et S_2 (observation latérale), on observe des franges rectilignes, parallèles, équidistantes et qui sont perpendiculaires à la direction de (S_1S_2). Le phénomène de diffraction provoque une « modulation » de la figure d'interférence qui se traduit par un effet d'anneau noir (voir Figure 50).

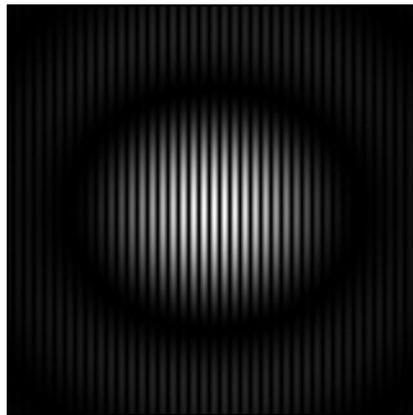


Figure 50 – Trous d'Young, écran d'observation.

▪ Différence de marche

Pour une observation latérale à la distance D des sources S_1 et S_2 (distantes de a), la différence de marche est :

$$\delta = \frac{S_1S_2}{D} \cdot x' = \frac{a}{D} \cdot x'$$

où x' est mesuré parallèlement à S_1S_2 .

▪ Éclairement et interfrange

On rappelle que les signaux issus de S_1 et S_2 sont en phase puisque S est sur l'axe (Oz) et que leur phase à l'origine est identique. Le déphasage entre les signaux issus de S_1 et S_2 est donné par la relation suivante :

$$\varphi = 2\pi \cdot F \cdot \frac{(S_2M) - (S_1M)}{c} = 2\pi \cdot F \cdot \frac{\delta}{c} = 2\pi \cdot \frac{\delta}{\lambda_0}$$

L'éclairement obtenu en un point M s'écrit donc :

$$I = I_1 + I_2 + 2 \cdot \sqrt{I_1 \cdot I_2} \cdot \cos\left(2\pi \cdot \frac{\delta}{\lambda_0}\right)$$

Les deux voies du système interférentiel étant symétriques (même éclairement individuel I_0), l'éclairement s'exprime comme :

$$I = 2 \cdot I_0 \cdot \left(1 + \cos \left(2\pi \cdot \frac{\delta}{\lambda_0} \right) \right)$$

$$I = 2 \cdot I_0 \cdot \left(1 + \cos \left(2\pi \cdot \frac{a}{D \cdot \lambda_0} \cdot x' \right) \right)$$



▪ Ordres de grandeur

En pratique, le diamètre des trous d'Young (noté d) est de l'ordre du $1/10^{\text{ème}}$ de millimètre et l'espace entre ces trous (noté a) est de l'ordre du millimètre. Si on considère un laser HeNe de longueur d'onde $\lambda_0 = 632,8 \text{ nm}$, un écran placé à une distance D de 1 m et un espacement entre les trous de 1 mm, l'interfrange est évalué à $i \approx 0,6 \text{ mm}$.

La finesse des trous provoque un étalement de la lumière. On est en présence du phénomène de diffraction. On admet que l'**ouverture angulaire** est de l'ordre de :

$$1,22 \cdot \frac{\lambda_0}{d}$$

La tâche correspondante sur l'écran a un diamètre de l'ordre de :

$$1,22 \cdot \frac{\lambda_0 \cdot D}{d}$$

Cette dimension coïncide avec la zone éclairée à l'intérieur de l'anneau noir : c'est le diamètre de l'anneau de diffraction. Ici, il est évalué à 7,7 mm. Ce diamètre divisé par l'interfrange nous donne le nombre de franges observables sur l'écran. Dans notre cas, une dizaine de franges sont visibles. On notera que la figure résultante de cette expérience est relativement petite et que les franges sont très serrées.

▪ Déplacement de la source S

A présent, on déplace la source S dans le plan (xOy) . Sa distance L par rapport aux trous d'Young reste constante (voir Figure 51). Les sources S_1 et S_2 sont toujours cohérentes mais elles ne sont plus nécessairement en phase. Déterminons le nouveau déphasage (ou la nouvelle différence de marche) entre les différents rayons issus de la source S .

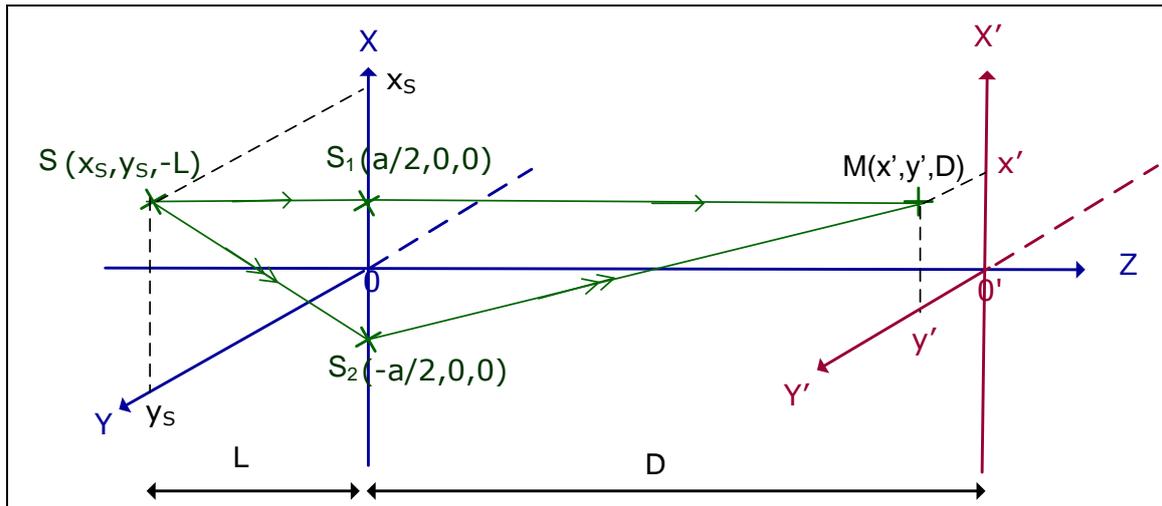


Figure 51 – Trous d'Young, déplacement de la source S.

La différence de marche (avec $n = 1$) est telle que :

$$\delta = (SS_2) + (S_2M) - (SS_1) - (S_1M)$$

$$\delta = SS_2 + S_2M - SS_1 - S_1M$$

Comme dans le cas précédent, on a $S_2M - S_1M \approx \frac{a}{D} \cdot x'$.



Exercice 11

Montrez simplement que $SS_2 - SS_1 \approx \frac{a}{L} \cdot x_s$.

Si l'on admet la relation précédente alors on obtient :

La différence de marche dépend du déplacement de S parallèlement à (S_1S_2) donc ici de l'abscisse notée x_s .

▪ Bilan sur les trous d'Young

Un déplacement de la source parallèlement à (Oy) donc perpendiculairement à (S_1S_2) ne modifie pas la figure d'interférence.

Un déplacement de la source S parallèlement à (Ox) donc parallèlement à (S_1S_2) modifie la figure d'interférence. L'interfrange n'est pas modifié, seule la figure est translatée. La frange centrale correspondant à $\delta = 0$ se situe maintenant en :

$$x' = -\frac{D}{L} \cdot x_s$$

5 DIVISION DU FRONT D'ONDE, FENTES D'YOUNG

On peut remplacer le point source S par une fente très fine, éclairée et parallèle à l'axe (Oy) . Cette fente est donc constituée par un ensemble de points source S incohérents entre eux.

Chaque source S donne sur l'écran un éclairement $I_S(M)$ identique au cas étudié précédemment (franges d'interférences et anneau de diffraction). Ces figures ont toutes le même interfrange, le centre de l'anneau de diffraction se translatant simplement parallèlement à (Ox) , comme ce qui a été démontré lors de l'étude du déplacement de la source S . Au point M , les éclairements donnés par les points S , incohérents entre eux, s'additionnent. La figure d'interférence est conservée mais devient plus lumineuse et s'étale plus dans la direction (Oy) .

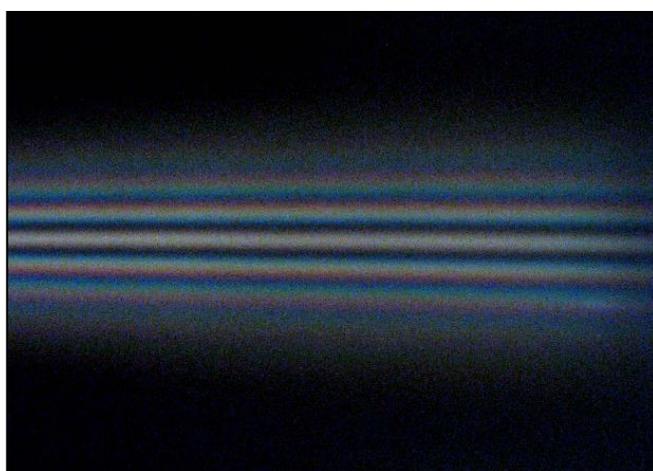


Figure 52 – Fentes d'Young, observation des franges d'interférence.

Les trous d'Young peuvent aussi être remplacés par des **fentes très fines** (largeurs d et décalées de a) parallèles à la fente source. L'étude de la diffraction montre que la figure est conservée mais de façon plus lumineuse. C'est pourquoi on préférera utiliser des fentes fines et parallèles pour la source S et les sources secondaires S_1 et S_2 plutôt que les trous d'Young. On gagne en luminosité sans modifier la figure d'interférence.

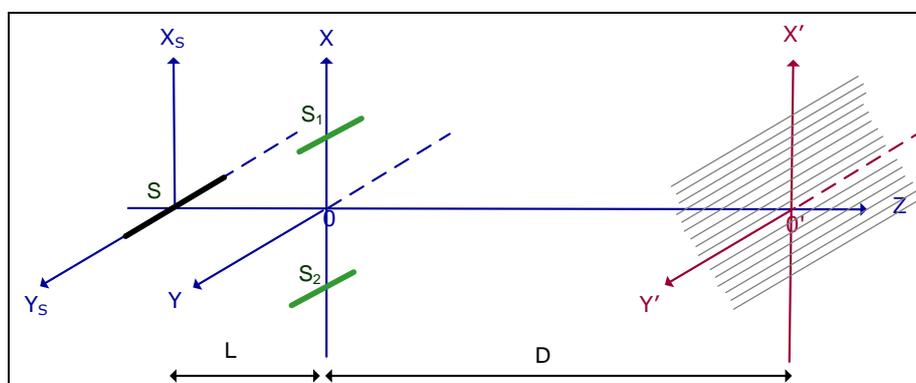


Figure 53 – Division du front d'onde, fentes d'Young.

6 DIVISION DU FRONT D'ONDE, MIROIRS DE FRESNEL

Les miroirs de Fresnel sont constitués par deux surfaces réfléchissantes, d'arrête commune notée Δ et qui font entre elles un angle ε très faible. Ces deux miroirs sont éclairés par une fente très fine parallèle à Δ sous incidence rasante. La Figure 54 représente des miroirs de Fresnel où l'angle ε a volontairement été exagéré.

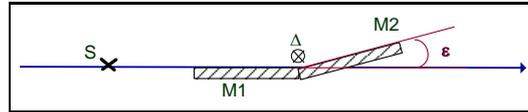


Figure 54 – Schéma de miroirs de Fresnel.

Une partie du front d'onde est réfléchi par le miroir M_1 tandis que l'autre partie est réfléchi par le miroir M_2 . C'est bien un dispositif à **division de front d'onde**. Les faisceaux réfléchis sont cohérents et peuvent interférer. Dans le champ d'interférence (*i.e.* zone où les faisceaux réfléchis se recouvrent), on observe une série de franges rectilignes parallèles à Δ .

▪ Schéma de principe dans le plan perpendiculaire à l'arrête Δ

Soit O la projection de la source S sur l'arrête Δ . Le miroir M_1 donne de S une image S_1 symétrique de S par rapport au miroir plan. Elle est **punctuelle** et **virtuelle**. Le miroir M_2 donne de S une image S_2 symétrique de S par rapport au miroir plan. Elle est **punctuelle** et **virtuelle**.

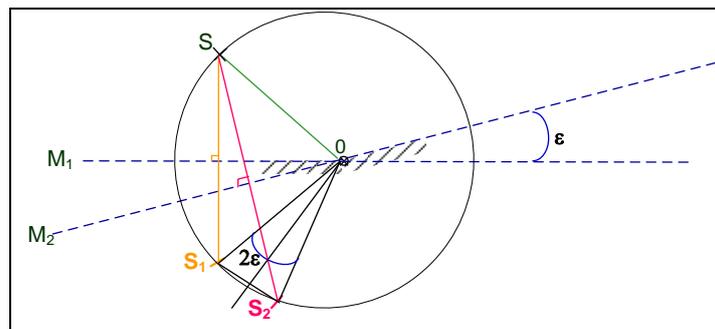


Figure 55 – Schéma de principe dans le plan perpendiculaire à l'arrête Δ .

Les points S , S_1 et S_2 sont donc sur le cercle de centre O et de rayon $[OS]$. Les faisceaux réfléchis semblent provenir de S_1 et de S_2 qui sont les sources secondaires et cohérentes.

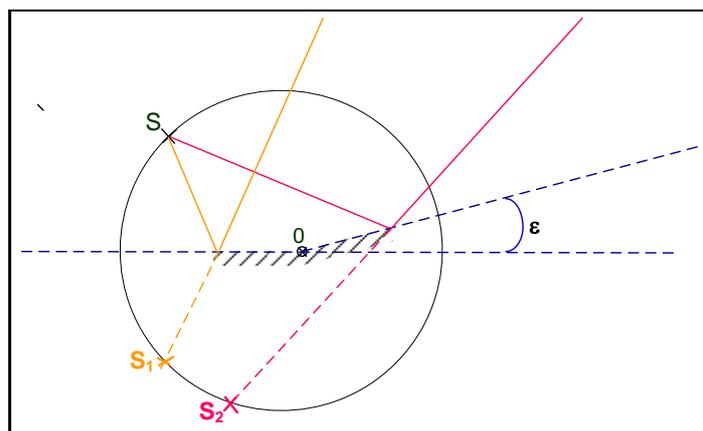
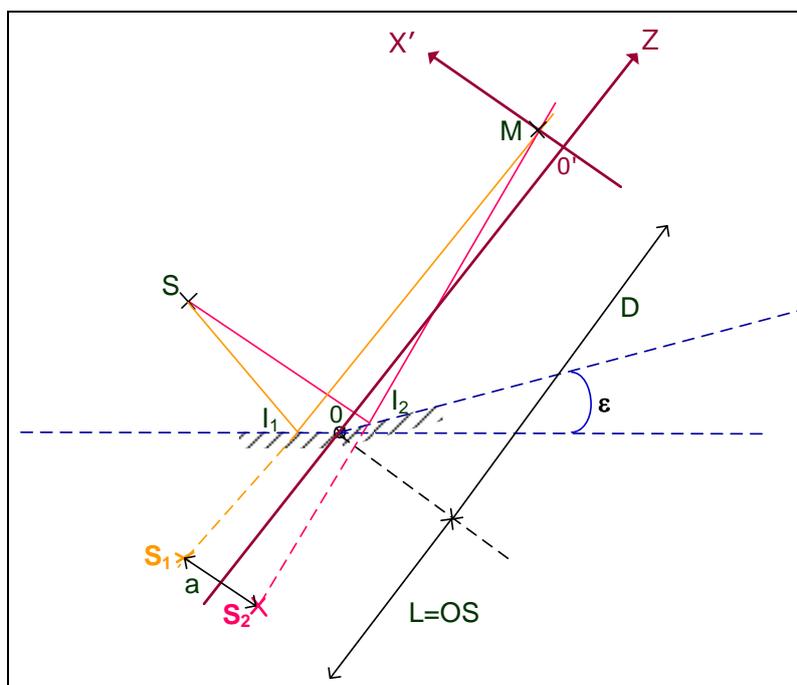


Figure 56 – Provenance des faisceaux réfléchis.

Ces faisceaux interfèrent en un point d'observation noté M . On place un écran à la distance $z = D$ du point O . L'écran est parallèle au plan $(x'Oy')$. Notons L la longueur du rayon $[OS]$. Les sources secondaires sont distantes de la grandeur a .

Figure 57 – Position du point M et du plan d'observation.

▪ Figure d'interférences

Le chemin optique associé au rayon allant de S à M via le miroir M_1 est :

$$(SM)_1 = SI_1 + I_1M + \lambda_0 / 2 = S_1M + \lambda_0 / 2$$

La réflexion à incidence rasante sur un dioptre introduit un déphasage de ρ , soit un chemin optique supplémentaire de $\lambda_0 / 2$.

Le chemin optique associé au rayon allant de S à M via le miroir M_2 est :

$$(SM)_2 = SI_2 + I_2M + \lambda_0 / 2 = S_2M + \lambda_0 / 2$$

On évalue la différence de marche telle que :

$$\delta = (SM)_2 - (SM)_1 = S_2M - S_1M$$

Le montage est identique à celui des fentes d'Young. Les sources S_1 et S_2 sont cohérentes et en phase.



Exercice 12

1. Montrez que $\delta \approx \frac{S_1 S_2}{D + L} \cdot x'$.
2. Exprimez δ en fonction des distances L, D et de l'angle ε .
3. En déduire l'expression de l'éclairement en un point M .
4. Quelle figure d'interférence obtient-on sur l'écran ? Déterminez l'interfrange.

Sur la figure suivante, on trace les rayons lumineux « limites » qui semblent provenir de S_1 et de S_2 , et qui délimitent la **zone d'interférence** (ou champ d'interférences). Ces deux rayons sont portés par les droites (S_1O) et (S_2O) . **La largeur du champ d'interférence est limitée par l'ouverture angulaire $2 \cdot \varepsilon$.**

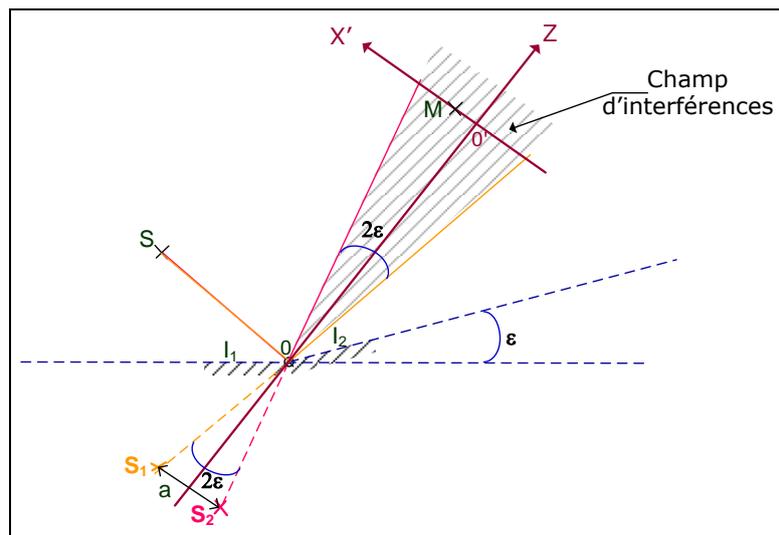


Figure 58 – Définition du champ d'interférences.



Exercice 13

Calcul des ordres de grandeur

L'expérience précédente est réalisée avec les distances suivantes : $L = 0,5$ m et $D = 2,5$ m. L'angle ε est ajusté par la vis de réglage. La longueur d'onde lumineuse est de l'ordre de 500 nm.

1. Proposez un ordre de grandeur de ε qui permette d'atteindre un interfrange $i = 1$ mm.
2. Combien de raies brillantes pouvons-nous observer sur l'écran ?

On retiendra que les dispositifs à division du front d'onde (trous d'Young, miroirs de Fresnel, miroirs de Lloyds...) donnent une figure d'interférences avec un nombre restreint de raies. Les interférences sont dites **non localisées**.

Les dispositifs à division d'amplitude que nous allons aborder maintenant permettent en général d'obtenir une figure d'interférences avec un nombre important de raies et une forte intensité lumineuse.

7 DIVISION D'AMPLITUDE, LAMES A FACES PARALLELES

Nous nous plaçons dans le cas des interférences à deux ondes. Considérons une lame à faces parallèles d'indice n , d'épaisseur e et située dans l'air d'indice $n_{air} = 1$. Dans ce cas, la lame est dans un milieu moins réfringent : $n_{air} < n$. La lame est éclairée par une source monochromatique. Un seul rayon incident donne une série de rayons par réflexion R_1, \dots, R_n parallèles entre eux et une série de rayons réfractés parallèles entre eux et au rayon incident (voir Figure 59).

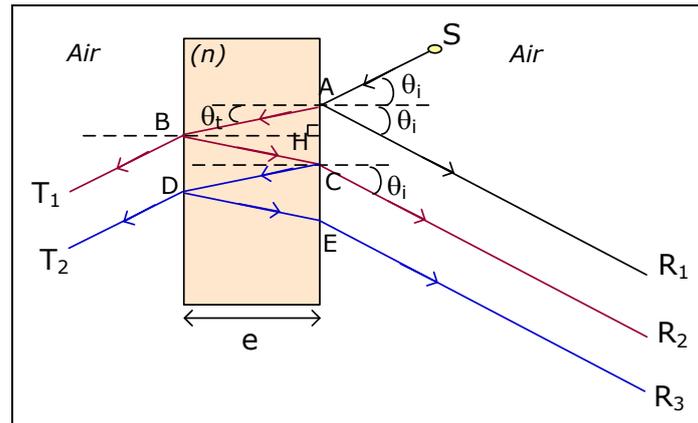
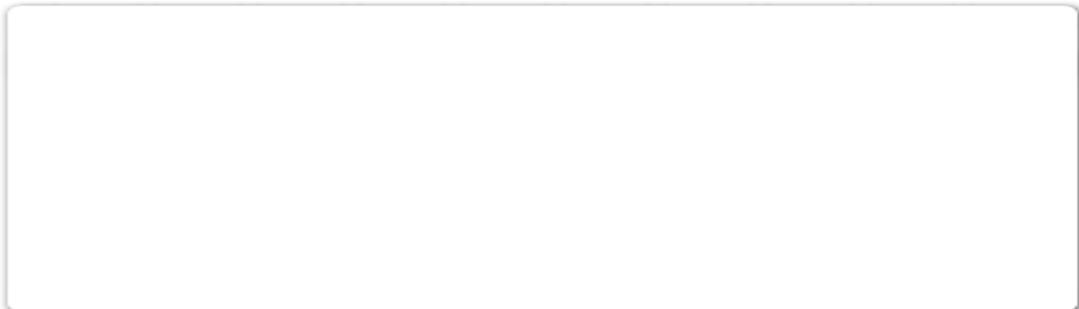


Figure 59 – Représentation d'une lame à faces parallèles.

Le rayon incident monochromatique se réfléchit partiellement en A en donnant le rayon noté R_1 . Une partie du rayon est transmise (entre les points A et B) pour de nouveau être réfléchi (entre les points B et C). Une partie du rayon noté AB est aussi transmise pour donner le rayon T_1 . L'onde lumineuse associée à BC est réfractée à nouveau et l'on obtient le rayon noté R_2 . Ce phénomène se répète aux points D et E pour donner le rayon R_3 et ainsi de suite.

En calculant les coefficients de réflexion et de transmission des différentes composantes, on remarque qu'à partir du rayon R_3 , ces coefficients deviennent très faibles. L'intensité lumineuse associée est alors négligeable devant celle des rayons R_1 et R_2 .





Exercice 14

Pour observer ces interférences sur un écran, on place ce dernier dans le plan focal image d'une lentille L . Calculez la différence de marche entre les deux rayons R_1 et R_2 .

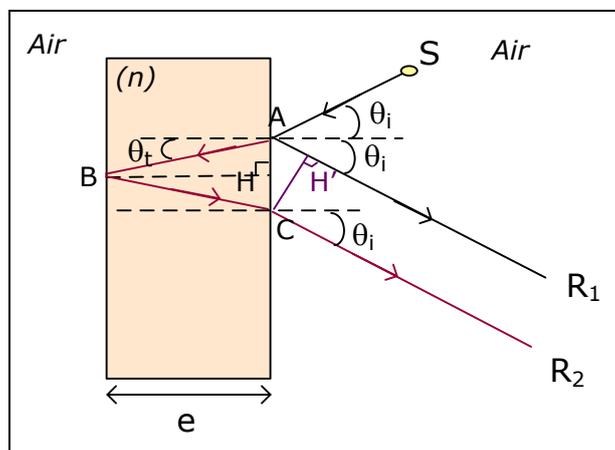


Figure 60 – Différence de marche entre les deux premiers rayons réfléchis.

La différence de marche entre les deux rayons réfléchis est :

Remarque

La différence de marche supplémentaire $\lambda_0/2$ est due au fait qu'il y a eu réflexion de la lumière au passage de l'interface. En effet, la réflexion d'un rayon lumineux au passage d'un milieu moins réfringent vers un milieu plus réfringent introduit un déphasage de π (changement de signe de l'amplitude) qui correspond à une différence de marche de $\lambda_0/2$.

Interprétation

La différence de marche entre les deux rayons parallèles réfléchis et issus du même point source est **indépendante de la localisation du point source** S . Il en est de même pour l'intensité lumineuse résultante. Ces deux rayons présentant entre eux une différence de marche, ils interfèrent. Comme ils sont parallèles entre eux, on dit que les interférences sont localisées en un point M infini.

▪ **Figure d'interférences**

L'ensemble des points M caractérisés par une même valeur d'intensité lumineuse sont des surfaces définies par $\delta = Cte$. Ce qui revient à écrire que :

$$2 \cdot n \cdot e \cdot \cos(\theta_i) + \lambda_0 / 2 = Cte$$

$$\cos(\theta_i) = Cte$$

$$\cos(\theta_i) = Cte \quad \text{cf. relation de Descartes}$$

$$\theta_i = Cte$$

La différence de marche étant constante pour une valeur de θ_i donnée, les franges sont d'**égale inclinaison**.

On observe le phénomène dans le plan focal d'une lentille convergente de centre O de foyer F' dont l'axe est perpendiculaire à la lame. Les rayons réfléchis parallèles entre eux avant la lentille (même angle d'incidence) se coupent en un même point situé dans le plan focal image de la lentille.

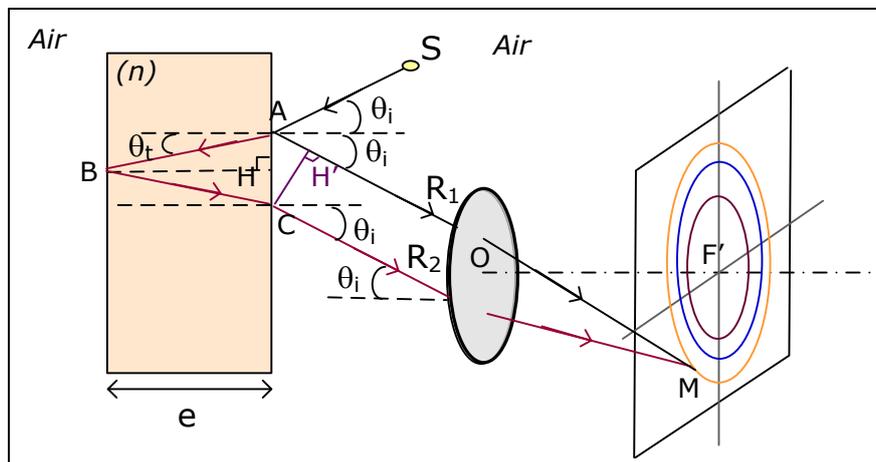
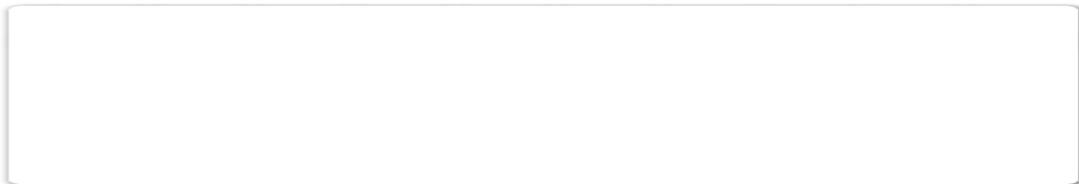


Figure 61 – Observation du phénomène dans le plan focal d'une lentille.

La distance $F'M$ est donnée par $\frac{F'M}{OF'} = \tan(\theta_i)$. Pour un θ_i donné, on a donc $F'M = \tan(\theta_i) \cdot OF' = Cte$.

Ceci correspond à un cercle de centre F' situé dans le plan focal image de la lentille.



Tous les rayons émergents qui interfèrent au niveau d'un même anneau correspondent à des rayons incidents ayant le même angle d'incidence. Ces franges d'interférences sont appelées à anneaux (ou franges) d'**égale inclinaison**.



Exercice 15

Caractéristiques des anneaux

1. Exprimez l'ordre d'interférence p . Déterminez l'expression de p_0 , l'ordre d'interférence correspondant à une incidence normale ($\theta_i = 0$). Comparez p et p_0 et concluez.
2. Notons p_N l'ordre d'interférence correspondant à un angle d'incidence θ_{iN} (l'angle de réfraction correspondant est donc θ_{tN}). Exprimez θ_{iN} en fonction de N , λ_0 , n et e : on se placera dans le cas d'incidences faibles. Rappelez l'expression du rayon des anneaux. En déduire une expression approchée dans le cas d'une incidence faible.
3. Comment varient les anneaux :
 - lorsque l'épaisseur e de la lame augmente ?
 - quand N augmente ?
 - du centre vers l'extérieur ?

Considérons maintenant un autre point source qui émet un rayon incident parallèle au rayon incident précédent (même angle θ_i). Ce rayon va créer à son tour deux rayons réfléchis qui présentent la même différence de marche qu'entre R_1 et R_2 puisqu'ils sont parallèles entre eux. Ils vont donc interférer entre eux deux au même point M infini.

Ainsi toutes les vibrations résultantes en M ont le même ordre d'interférence. Mais comme elles sont issues de sources différentes **non cohérentes**, leur intensité lumineuse s'ajoute. La figure sera donc plus lumineuse. On a donc intérêt à utiliser une **source étendue** de manière à obtenir une figure d'interférences plus contrastée. Dans la suite, on considèrera une source étendue.

8 DIVISION D'AMPLITUDE, LAME A EPAISSEUR LEGEREMENT VARIABLE

On incline les deux lames d'un angle ε très petit pour former un coin. L'épaisseur e est donc légèrement variable. Quelle figure d'interférence va-t-on observer ?

Le rayon incident R_0 est perpendiculaire à L_1 . Le rayon réfléchi R_1 est confondu avec R_0 . Les rayons réfléchis R_1 et R_2 se rencontrent au point P situé sur la lame L_2 (voir Figure 62).

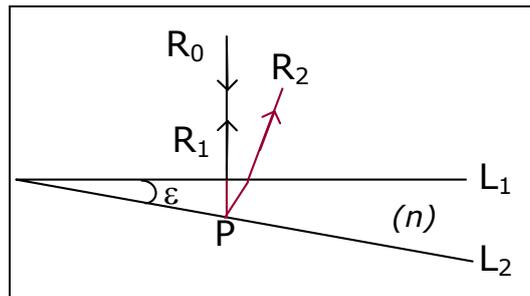


Figure 62 – lame à épaisseur légèrement variable, description 1.

Le rayon incident est perpendiculaire à L_2 . Les rayons R_2 et R_0 sont confondus. Les rayons réfléchis R_1 et R_2 se rencontrent au point P situé sur la lame L_1 (voir Figure 63).

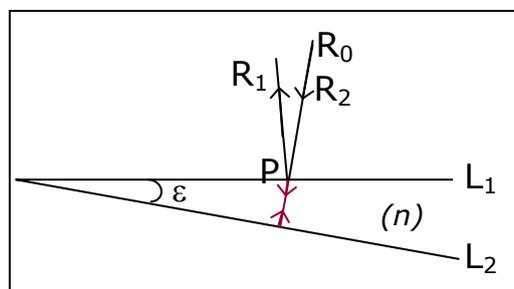


Figure 63 – lame à épaisseur légèrement variable, description 2.

Si l'incidence est quelconque, l'intersection de R_1 et R_2 se fait au point P . Si on considère un autre rayon parallèle à R_0 , les rayons réfléchis correspondants se rencontrent en un point P_1 . Les point P et P_1 sont alignés avec l'intersection des lames L_1 et L_2 (voir Figure 64).

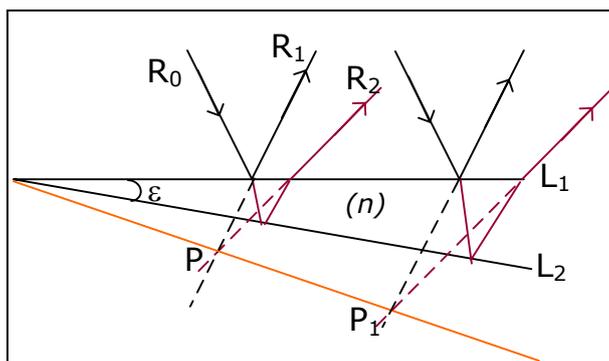


Figure 64 – lame à épaisseur légèrement variable, description 3.

Le plan d'intersection des couples de rayons réfléchis est le plan de localisation des franges d'interférences. Ce plan passe par l'intersection des lames L_1 et L_2 . Il se situe au voisinage du coin formé par L_1 et L_2 car l'angle ε est faible.

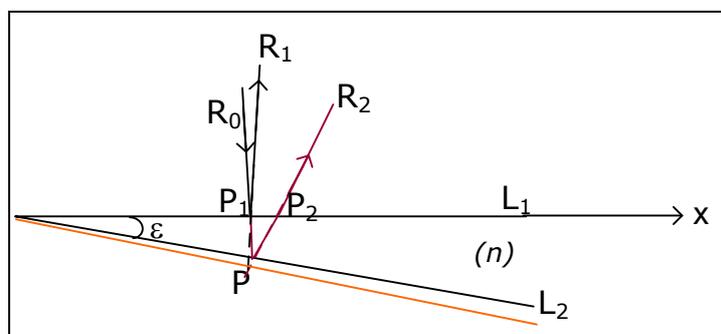


Figure 65 – lame à épaisseur légèrement variable, description 4.

L'angle est en général petit (de l'ordre de $0,2^\circ$), ce qui entraîne que les points P_1 et P_2 sont très rapprochés: l'épaisseur de la lame peut **localement** être considérée comme constante et égale à e . La différence de chemin optique entre les rayons R_1 et R_2 peut être déterminée à partir de celle donnée par une lame à faces parallèles d'indice n telle que :

$$\Delta \text{chemin} = n \cdot e \cdot \cos(\theta_t)$$

Comme l'angle d'incidence θ_i est lui aussi faible et proche de l'incidence normale, il en est de même de l'angle θ_t puisque $n \cdot \sin(\theta_t) = \sin(\theta_i)$. On a donc $\cos(\theta_t) \approx 1$. L'expression de la différence de marche dans le cas de lames d'épaisseur légèrement variable devient :

$$\Delta \text{chemin} = n \cdot e$$

On note x l'abscisse du point P , intersection entre les deux rayons. Comme l'angle ε est faible, on peut dire que l'épaisseur au niveau du point P est $e(x) \approx \varepsilon \cdot x$ et on obtient la différence de marche ci-dessous. Elle ne dépend que de l'abscisse x à laquelle les rayons réfléchis se sont rencontrés.



Les franges de même intensité sont données par $\delta = Cte$ soit $x = Cte$. L'interfrange constant s'écrit :



Les franges d'interférences sont des droites parallèles à l'arête du coin (droite d'intersection des deux lames). Ce sont des **franges d'égal épaisseur**. Chaque frange est le lieu des points où le coin a une épaisseur e constante.

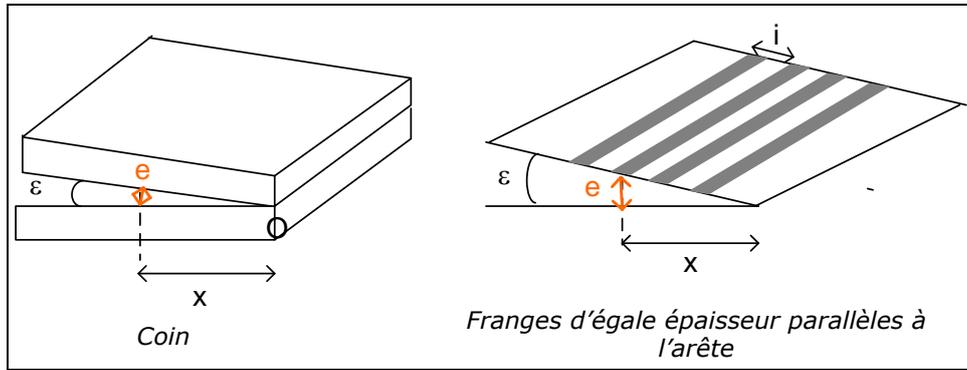


Figure 66 – lame à épaisseur légèrement variable, franges d'égal épaisseur.

9 DIVISION D'AMPLITUDE, INTERFEROMETRE DE MICHELSON

Le faisceau entrant (source étendue) dans le dispositif est séparé en deux faisceaux par une lame semi-réfléchissante appelée séparatrice. Pour simplifier, elle est modélisée par une lame d'épaisseur nulle (voir Figure 67). Cette lame fait un angle de 45° avec les axes $[Ox)$ et $[Oy)$. La séparatrice effectue la division d'amplitude.

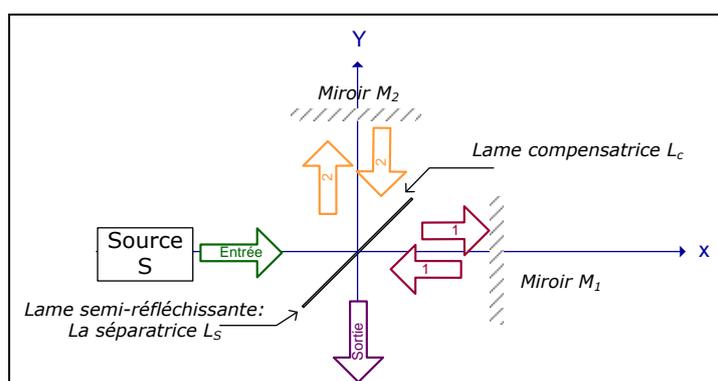


Figure 67 – Montage de l'interféromètre de Michelson.

Le faisceau entrant est transmis par la séparatrice (voie 1). Il se dirige vers le miroir M_1 , est réfléchi et revient vers la séparatrice où il est partiellement réfléchi vers la sortie.

Le faisceau entrant est réfléchi par la séparatrice (voie 2). Il se dirige vers le miroir M_2 , est réfléchi et revient vers la séparatrice où il est partiellement transmis vers la sortie.

L'épaisseur de la séparatrice n'est pas nulle. Les rayons des voies 1 et 2 n'ont pas les mêmes chemins optiques lorsque les miroirs M_1 et M_2 sont à égale distance. Un rayon traverse trois fois la séparatrice alors que l'autre ne la traverse qu'une seule fois.

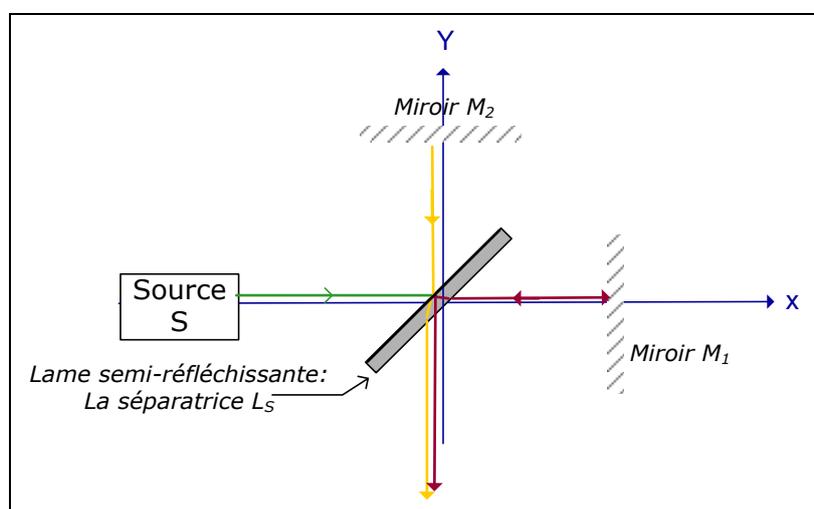


Figure 68 – Interféromètre de Michelson, lame séparatrice.

L'épaisseur de la lame séparatrice n'étant pas négligeable, on introduit une **lame compensatrice**. Il s'agit d'une lame de même épaisseur, de même indice et de même orientation que la lame séparatrice. Elle est placée sur la voie 2 pour compenser les chemins excédentaires dans la lame séparatrice sur la voie 1 de l'interféromètre.

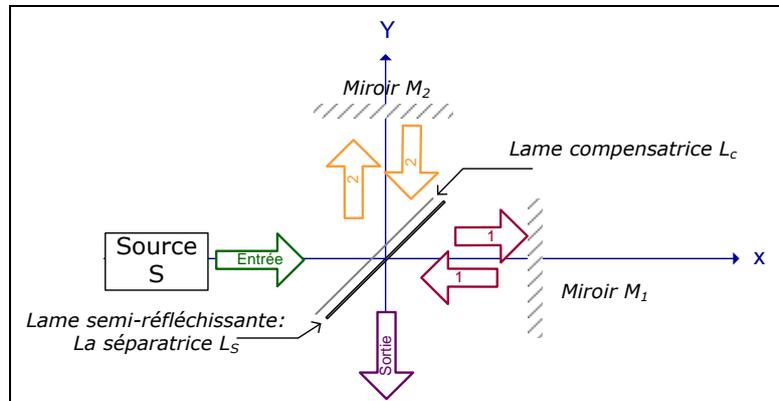


Figure 69 – Interféromètre de Michelson, position de la lame compensatrice.

Lorsque les miroirs M_1 et M_2 sont à la même distance, les chemins optiques des deux rayons sont identiques. La compensation est parfaite quand les rayons issus des voies 1 et 2 sont parallèles. Le miroir M_1 est orientable grâce à une vis. Il peut également être translaté (déplacement parallèle à lui-même). Deux autres vis permettent de régler l'orientation du miroir M_2 (vis de réglage fin).

- **Représentation plus simple du système : réglage en lame d'air**

Pour ramener le dispositif à une représentation plus simple, on « replie » la voie 1 sur la voie 2 en faisant une symétrie par rapport à la séparatrice. On obtient alors le « miroir » M'_1 image de M_1 par la séparatrice L_S . Le schéma équivalent est représenté sur la figure suivante.

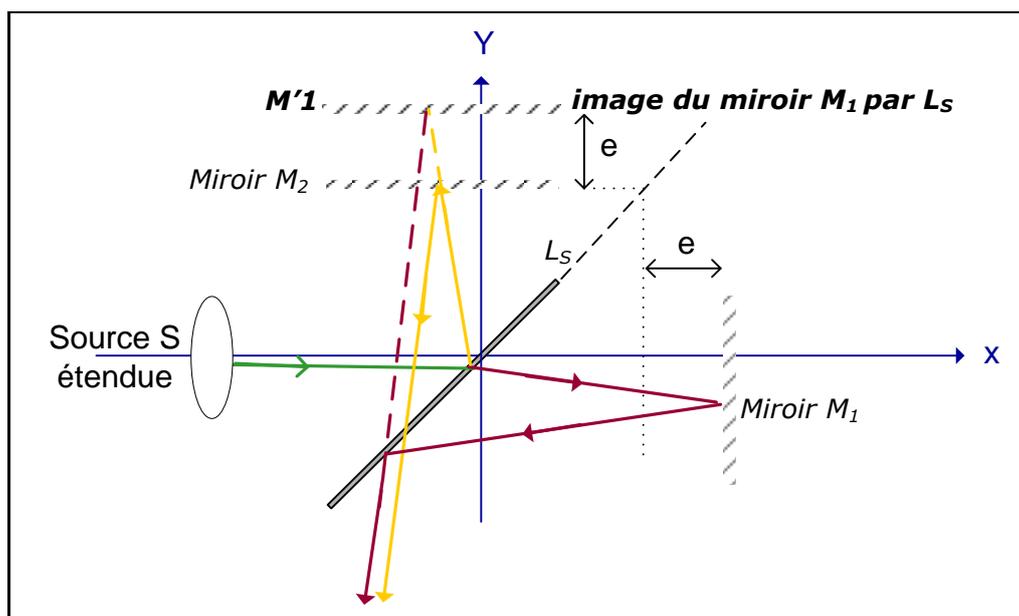


Figure 70 – Interféromètre de Michelson, schéma équivalent pour le réglage en lame d'air.

Lorsque les miroirs M_1 et M_2 sont perpendiculaires *i.e.* que M'_1 et M_2 sont parallèles, on dit qu'on a réglé l'interféromètre en lame à faces parallèles ou lame d'air. On peut donc appliquer les résultats obtenus au paragraphe précédent avec une lame d'air à faces parallèles d'épaisseur e et d'indice $n = 1$. Les milieux sont identiques donc $\theta_i = \theta_t$. Les franges d'interférences sont des anneaux d'égalé inclinaison puisque la différence de marche obtenue est :

$$\delta = 2 \cdot e \cdot \cos(\theta_i) + \lambda_0 / 2$$

▪ Réglage en coin d'air

Si à partir de la position précédente on fait subir au miroir M_1 une petite rotation d'un angle ε , alors l'ensemble $M'_1 M_2$ constitue un coin d'air ($n = 1$). On peut appliquer les résultats développés précédemment. Les franges d'interférences sont des franges d'égalé épaisseur avec une différence de marche égale à :

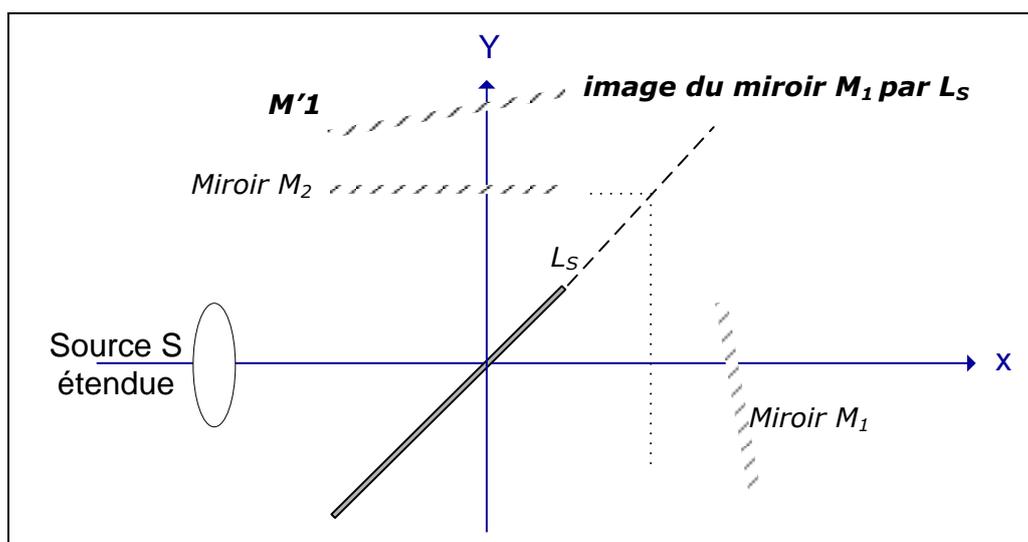


Figure 71 – Interféromètre de Michelson, réglage en coin d'air.

10 COMPARAISON ENTRE LES SYSTEMES DE DIVISION DU FRONT D'ONDE ET DE DIVISION D'AMPLITUDE

Si la source lumineuse est ponctuelle, les interférences sont observables dans tout l'espace où se superposent les faisceaux lumineux quel que soit le système utilisé. Par contre, si la source s'élargit (cas des sources étendues), le comportement des deux systèmes diffère.

Pour le système à division du front d'onde, le contraste diminue rapidement quand la taille de la source augmente. La source ne peut pas être étendue et le dispositif expérimental est peu lumineux.

Pour le système à division d'amplitude, les interférences restent observables avec un bon contraste dans une zone bien déterminée de l'espace. On dit que les interférences sont localisées. On peut donc utiliser des sources étendues avec les dispositifs à division d'amplitude. Les interférences sont alors localisées, contrastées et lumineuses. Ces interféromètres sont par conséquent beaucoup plus utilisés.

VIII. Fiches de rappels

1 LES ELLIPSES

Dans le plan (xOy) , l'ensemble des points de coordonnées (x,y) telles que :

$$\begin{aligned} x(\alpha) &= X \cdot \cos(\alpha) \\ y(\alpha) &= Y \cdot \cos(\alpha - \varphi) \end{aligned} \quad \text{avec } X, Y \text{ et } \varphi \text{ des constantes}$$

vérifiant l'équation :

$$\left(\frac{x}{X}\right)^2 + \left(\frac{y}{Y}\right)^2 - 2 \cdot \frac{x \cdot y}{X \cdot Y} \cdot \cos \varphi = \sin^2 \varphi$$

Est une ellipse de centre O inscrite dans un rectangle ABCD de côtés de longueurs $2X$ et $2Y$, et de grand axe incliné d'un angle θ par rapport à $[Ox)$. L'angle θ et l'angle φ sont tous les deux reliés par la relation suivante :

$$\tan(2\theta) = \frac{2 \cdot X \cdot Y}{X^2 - Y^2} \cdot \cos \varphi$$

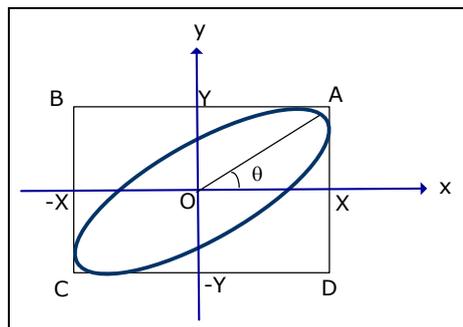


Figure 72 – Rappel sur les ellipses.

2 FORMULES TRIGONOMETRIQUES

Les formules trigonométriques suivantes sont considérées comme étant acquises. Elles sont simplement rappelées pour mémoire.

Angles remarquables

θ	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
cos(θ)	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
sin(θ)	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1

Relations fondamentales

$$\cos^2(\theta) + \sin^2(\theta) = 1$$

$$\tan(\theta) = \frac{\sin(\theta)}{\cos(\theta)}$$

$$\cotan(\theta) = \frac{\cos(\theta)}{\sin(\theta)}$$

$$1 + \tan^2(\theta) = \frac{1}{\cos^2(\theta)}$$

$\cos(-\theta) = \cos(\theta)$	$\sin(-\theta) = -\sin(\theta)$
$\cos(\pi + \theta) = -\cos(\theta)$	$\sin(\pi + \theta) = -\sin(\theta)$
$\cos(\pi - \theta) = -\cos(\theta)$	$\sin(\pi - \theta) = \sin(\theta)$
$\cos\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = -\sin(\theta)$	$\sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = \cos(\theta)$
$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \sin(\theta)$	$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cos(\theta)$

Formules d'addition

$\cos(a+b) = \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b)$	$\cos(a-b) = \cos(a)\cos(b) + \sin(a)\sin(b)$
$\sin(a+b) = \sin(a)\cos(b) + \sin(b)\cos(a)$	$\sin(a-b) = \sin(a)\cos(b) - \sin(b)\cos(a)$
$\tan(a+b) = \frac{\tan(a) + \tan(b)}{1 - \tan(a)\tan(b)}$	$\tan(a-b) = \frac{\tan(a) - \tan(b)}{1 + \tan(a)\tan(b)}$

Formules d'angle double

$\cos(2a) = \cos^2(a) - \sin^2(a)$
$\sin(2a) = 2\sin(a)\cos(a)$
$1 + \cos(2a) = 2\cos^2(a)$ $1 - \cos(2a) = 2\sin^2(a)$

Formules d'angle moitié

$1 + \cos(a) = 2\cos^2\left(\frac{a}{2}\right)$
$1 - \cos(a) = 2\sin^2\left(\frac{a}{2}\right)$
$\sin(a) = 2\sin\left(\frac{a}{2}\right)\cos\left(\frac{a}{2}\right)$

Formules de factorisation

$\cos(p) + \cos(q) = 2 \cos\left(\frac{p+q}{2}\right) \cos\left(\frac{p-q}{2}\right)$
$\cos(p) - \cos(q) = -2 \sin\left(\frac{p+q}{2}\right) \sin\left(\frac{p-q}{2}\right)$
$\sin(p) + \sin(q) = 2 \sin\left(\frac{p+q}{2}\right) \cos\left(\frac{p-q}{2}\right)$
$\sin(p) - \sin(q) = 2 \sin\left(\frac{p-q}{2}\right) \cos\left(\frac{p+q}{2}\right)$

3 CHEMIN OPTIQUE ET DEPHASAGE

Soit un rayon lumineux se propageant dans un milieu d'indice n et passant successivement aux points A et B .

Pour parcourir une longueur élémentaire dl le long du rayon lumineux, l'onde met le temps dt tel que :

$$dt = \frac{dl}{v} = n \cdot \frac{dl}{c}$$

Pour se propager du point A jusqu'au point B , elle met donc le temps :

$$\Delta t_{A \rightarrow B} = \frac{1}{c} \cdot \int_A^B n \cdot dl$$

On note $\lambda_0 = c/F$ la longueur d'onde dans le vide. Pour une onde de fréquence F , le déphasage de B par rapport à A vaut alors :

$$\Delta \varphi_{A \rightarrow B} = \varphi_B - \varphi_A = 2\pi \cdot F \cdot \Delta t_{A \rightarrow B} = \frac{2\pi}{\lambda_0} \cdot \int_A^B n \cdot dl$$

Définitions

Le **chemin optique**, noté (AB) et mesuré le long d'un rayon lumineux joignant deux points A et B est donné par :

$$(AB) = \int_A^B n \cdot dl \quad (\text{intégration le long du rayon lumineux } AB)$$

Pour une onde monochromatique de longueur d'onde dans le vide λ_0 , le **retard de phase** de B par rapport à A est lié au chemin optique (AB) par la relation suivante :

$$\frac{\Delta \varphi_{A \rightarrow B}}{2\pi} = \frac{(AB)}{\lambda_0}$$

Une surface d'onde est le lieu des points M (recevant l'onde émise par la source S) qui vibrent en phase, c'est-à-dire que la grandeur $\Delta \varphi_{S \rightarrow M}$ est une constante. La relation entre chemin optique et déphasage nous permet donc d'affirmer que sur une surface d'onde, nous avons $(SM) = Cte$.

4 MODELE DE TRAIN D'ONDE

Un atome excité peut émettre spontanément un photon : c'est le processus d'émission spontanée. Le temps statistique nécessaire à la désexcitation est appelé **durée de vie** τ de l'état excité. Le photon émis par un atome peut-être décrit par un **train d'onde** qui est une fonction quasi sinusoïdale de période T et de durée limitée τ . L'image du train d'onde est utilisée pour représenter l'émission lumineuse des sources classiques.

On modélise une source classique étendue par un ensemble de sources ponctuelles incohérentes (c'est-à-dire qui ne sont pas en phase) qui émettent des train d'onde de durée τ . Comme les déphasages entre chacune des sources ponctuelles de la source étendue sont aléatoires (au cours du temps), la source est dite **incohérente**.

Ordres de grandeurs

Pour des sources usuelles émettant dans le visible, τ est de l'ordre de 10^{-9} s à 10^{-11} s. On a donc $\tau \gg T$ où T est la période de l'onde émise qui est de l'ordre de 10^{-15} s.

Un train d'onde de durée τ se déplace à la vitesse c dans le vide. On peut lui associer la longueur $l = c \cdot \tau$. Cette longueur l est appelée **longueur de cohérence** des trains d'onde émis.

Ordres de grandeurs

Si la durée d'un train d'onde dans le vide est de l'ordre de 10^{-9} s, la longueur de cohérence est de l'ordre de $l = 3 \cdot 10^8 \times 10^{-9} = 30$ cm. Pour $\tau = 10^{-11}$ s, l est de l'ordre de 3 mm. Enfin, pour une source de type lampe spectrale à vapeur métallique, l est de quelques millimètres.

